

## ХАОС ФРАКТАЛ БИРЖА

УДК 004.94

### ВЕЗУМСЬКИЙ О.К.

старший викладач, ХНТУ кафедра ІТ

**Научные интересы:** моделювання, прикладна математика, системний аналіз і структури.

**E-Mail:** vizir@meta.ua

Уже несколько лет ряд ученых в качестве альтернативы гипотезе эффективного рынка поддерживает гипотезу фрактального рынка. Современная задача по исследованию финансовых рынков в рамках данной гипотезы заключается в модернизации фрактального анализа рынков акций, облигаций и валют, методов нелинейного стохастического процесса с целью выяснения их влияния на инвестиционную политику.

Методами фрактальной геометрии - одного из направлений науки о хаосе - можно за 10 секунд проанализировать любой рынок и узнать, что именно следует предпринимать на нем. [1, 7]

Хаотические (естественные) системы совсем не привлекательны для классической математики: они подчиняются законам нелинейной динамики. Эти явления (феномены) подтверждены наличием сложных петель обратной связи в циклических системах, не периодичность возникновения которых прогнозированию не поддается. Например, если столкнуть один колеблющийся маятник с другим, колебания обоих могут стать "дико" беспорядочными.

К изменению тренда на финансовых рынках приводят неожиданные правительственные заявления, погодные явления, сообщения о видах на урожай, политические или экономические события, происходящие в странах, влияющих на мировую экономику. Такие "толчки" способны запустить любую очевидно хаотическую систему в новом направлении, которое невозможно качественно осмыслить с использованием линейных Ньютоновских инструментов.

Кажется, что такие отклонения создают полностью хаотичный мир. Но, несмотря на чрезвычайную тревогу

ученых, этот неуправляемый, всех нас путающий беспорядок не увеличивается. То, что начинается как безумство беспорядочных импульсов (движение цен на рынках), в конечном счете, принимает форму призрачной геометрии: того, что мы называем странными аттракторами.

**(Аттрактор** (англ. attract — привлекать, притягивать) — компактное подмножество фазового пространства динамической системы, все траектории из некоторой окрестности которого стремятся к нему при времени, стремящемся к бесконечности.)

Что же такое "странный аттрактор" и как предсказуемая структура может появляться из этого кажущегося беспорядка? Представьте его как идеализированное состояние, к которому непредсказуемым образом тяготеет система. Такая структура образуется вследствие того, что поведение системы (рынка) - лишь отчасти случайная функция. Вернее сказать, система беспорядочно колеблется в пределах специфического диапазона или нормы.

Этот факт меняет сложившиеся представления о хаосе: так называемый "ужасающий беспорядок", когда-то "устраненный" классической физикой, в действительности представляет собой высшую форму порядка.

Рынки - природное явление, и их деятельность не подчиняется законам классической физики, параметрической статистики или линейной математики.

Фрактальная геометрия предлагает абсолютно новый подход к обработке информации. Фрактальная геометрия, один из инструментов теории хаоса, используется для изучения феноменов, которые являются

хаотическими только с точки зрения евклидовой геометрии и линейной математики.

Мандельброт и другие ученые обнаружили, что на границе между конфликтами противоположных сил стоит не рождение хаотических, беспорядочных структур, как считалось ранее, а происходит спонтанное возникновение самоорганизации порядка более высокого уровня. [1, 9]

Поскольку рынки - это нелинейные, турбулентные системы, созданные взаимодействием людей, цен и времени действия, то они представляют собой идеальное место, где нужно искать наличие фрактальных структур.

Что ж такое **Фрактал**?

Фрактал (лат. fractus — дробленный, сломанный, разбитый) — сложная геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком (рис.1)



Фракталы являются объектами, с одной стороны сложными (содержащие бесконечно много элементов), с другой стороны — построенными по очень простым законам.

Само слово фрактал может употребляться, когда рассматриваемая фигура обладает какими — либо из перечисленных ниже свойств:

•Обладает нетривиальной структурой . В этом отличие от регулярных фигур (таких, как окружность, эллипс, график гладкой функции): если мы рассмотрим небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, он будет похож на фрагмент пря-

мой. Для фрактала увеличение масштаба не ведёт к упрощению структуры, на всех шкалах мы увидим одинаково сложную картину.

•Является самоподобной или приближённо самоподобной.

•Обладает дробной метрической размерностью.

Надо теперь определиться с понятием дробной(не целой) размерности.

Для начала приведем некоторые термины из теории измерений:

- Размер

Размер, позволяет сравнивать объекты с однородной структурой,

(например содержимое кошельков), в другом случае он мало информативен,(например при сравнении количества руды в терриконах, один террикон высокий - другой широкий).

Размер можно измерить рулеткой, спичечной коробкой и т.д.

- Мера

Мера тоже служит для измерения объектов, но она измеряется не рулеткой, её главное свойство — мера аддитивна.

Для одномерных объектов мера пропорциональна размеру. Если вы возьмёте отрезки длиной 1см и 3см, «сложите» их вместе, то «суммарный» отрезок будет иметь длину 4см ( $1+3=4$ см).

Для не одномерных тел, мера вычисляется по некоторым правилам, которые подбираются так, чтобы мера сохраняла аддитивность. Например, если вы возьмёте квадраты со сторонами 3см и 4см и «сложите» их (сольёте их вместе), то сложатся площади ( $9+16=25$ см<sup>2</sup>), то есть сторона (размер) результата будет 5см.

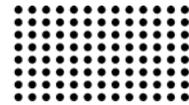
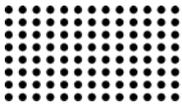
И слагаемые, и сумма являются квадратами. Они подобны друг другу и мы можем сравнивать их размеры. Оказывается, что размер суммы не равен сумме размеров слагаемых ( $5 \neq 4+3$ ).

Как же связаны мера и размер?

- Размерность

Давайте обозначим размерность —  $D$ , меру —  $M$ , размер —  $L$ . Тогда формула, связывающая эти три величины будет иметь вид:

$$M = L^D$$



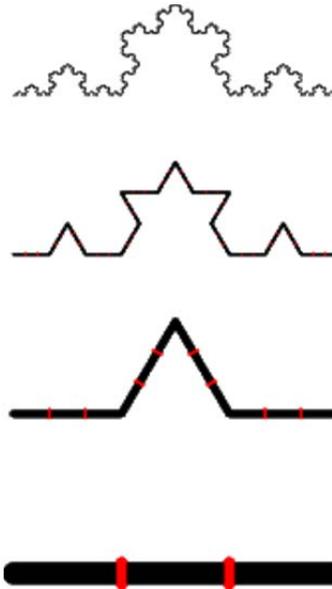
Вывод: если фигуру уменьшить в  $N$  раз (отмасштабировать), то она будет укладываться в исходной  $N^D$  раз.

При уменьшении размера фигуры в  $N$  раз, оказалось, что она укладывается в исходной  $n$  раз (то есть мера её уменьшилась в  $n$  раз), т.е. размерность можно вычислить по формуле:

$$D = \ln(n)/\ln(N) \quad [2]$$

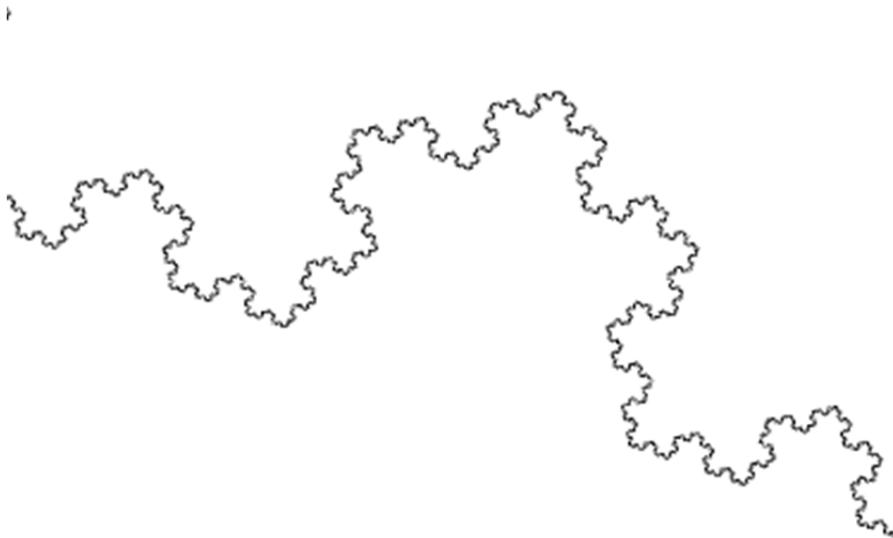
Теперь о собственно дробной размерности.

Построим кривую Коха, которая является типичным геометрическим фракталом. Процесс её построения выглядит следующим образом: берём единичный отрезок, разделяем на три равные части и заменяем средний интервал равносторонним треугольником без этого сегмента. В результате образуется ломаная, состоящая из четырёх звеньев длины  $1/3$ . На следующем шаге повторяем операцию для каждого из четырёх получившихся звеньев и т. д... Предельная кривая и есть кривая Коха. (рис.2), построение снизу вверх.



Эти построения повторяются бесконечное число раз и в конце концов у нас получается ломаная, состоящая из бесконечного числа отрезков.

Сколько бы мы её не масштабировали, мы всё равно будем получать одно и то же.

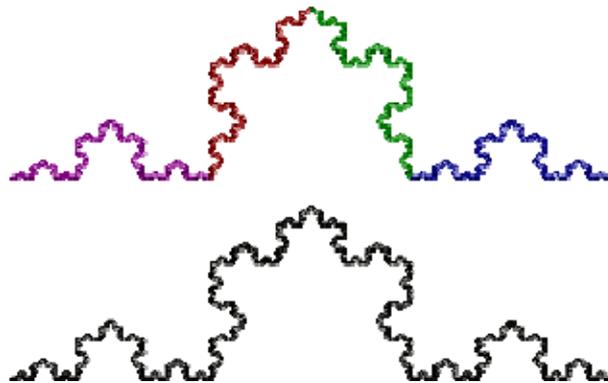
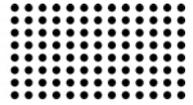


Это и есть звезда Коха

Давайте теперь воспользуемся приёмом, чтобы определить её размерность.

Из построения и рисунка видно, что звезду можно разбить на четыре равные части, при этом размер

(скажем, длина исходного отрезка) каждой части будет равен трети размера исходной фигуры. То есть будучи уменьшена в три раза, она уложится в себе четыре раза: [3, 8]



По ранее представленной формуле получаем, что размерность равна

$$D = \ln(4)/\ln(3) \approx 1.26185950714291487419$$

То есть это уже не просто отрезок или ломаная (длина звезды Коха бесконечна), но и не плоская фигура, полностью покрывающая некоторую площадь.

Мера, как мы помним, аддитивна, то есть мера полного фрактала, равна сумме мер его частей:

$$M_0 = M_1 + M_2$$

И сам фрактал, и его части имеют одинаковую размерность ( $D$ ) и мы можем выразить меры, через размеры:

$$L_0^D = L_1^D + L_2^D$$

Если принять, что размер полного фрактала 1, то размер зелёной части (полученной из большего отрезка) будет 0.88, а размер красной (полученной из меньшего) — 0.41.

Та формула, которой мы располагаем, уже не годится, так как мы имеем не один, а два коэффициента масштабирования. Но мы можем воспользоваться нашими знаниями о свойствах меры, размера и размерности. Мера, как мы помним, аддитивна, то есть мера полного фрактала, равна сумме мер его частей:

$$M_0 = M_1 + M_2$$

И сам фрактал, и его части имеют одинаковую размерность ( $D$ ) и можно выразить меры, через размеры:

$$L_0^D = L_1^D + L_2^D$$

Размеры известны. То есть для размерности нашего фрактала можно написать уравнение:

$$1^D = 0.88^D + 0.41^D$$

или просто

$$1 = 0.88^D + 0.41^D$$

Таким образом, если фрактал образован из  $N$  подобных элементов, с коэффициентами подобия  $k_1, k_2, \dots, k_N$ , то его размерность можно найти из уравнения:

$$1 = k_1^D + k_2^D + \dots + k_N^D$$

По этой формуле уже можно рассчитать размерность многих итерационных систем.

Если все коэффициенты равны, то эта формула превращается в уже известную простую формулу:

$$1 = k^D + k^D + \dots + k^D = N \cdot k^D$$

$$1/N = k^D$$

$$D = \ln(1/N)/\ln(k)$$

или

$$D = \ln(N)/\ln(1/k)$$

Последнее выражение есть первая простая формула для вычисления размерности простейших самоподобных фракталов.

Мандельбротом было замечено, что график цены акций имеет дробную размерность, такую как имеют фрактальные ряды. Отсюда была выдвинута гипотеза о том, что ценовые ряды тоже являются фрактальными и обладают свойствами фрактальных рядов. Анализ ценовых рядов с помощью фрактальной геометрии позволяет по-другому взглянуть на фондовый рынок.

Для определения уровня стохастичности ценовых рядов используют так называемый показатель Хер-

ста. Показатель Херста (Hurst) дает трейдеру два важные характеристики временного ряда. Во – первых, «память рынка» для оценки инертности движения. Память рынка представляется собой глубину ретроспективных данных оказывающих влияние на формирование текущей цены. Следует заметить, что для анализа памяти рынка, по классике статистики, используют автокорреляционную функцию. Во-вторых, показатель Херста является устойчивым, содержит минимальное предположение об изучаемой системе, а главное может идентифицировать вид временного ряда.

В настоящее время наиболее интенсивно изучаются фрактальные множества на комплексной плоскости. Это связано с их использованием при создании математических моделей в разнообразных науках. Комплексные фракталы переплетаются здесь с разработкой алгоритмов, реализуемых с помощью информационных технологий, включая параллельное программирование.

Примером фрактала для использования в биржевой игре является классика фракталов – фрактал Мальденброта

Множество Мандельброта — это множество таких точек  $z$  на комплексной плоскости, для которых рекуррентное соотношение 
$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$
 
$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$
 при  $z_0 = 0$   $z_0 = 0$  задаёт ограниченную последовательность. То есть, это множество таких  $c$ , для которых существует такое действительное  $R$ , что неравенство  $|z_n| < R$  выполняется при всех натуральных  $n$ . [4]

Вышеуказанная последовательность может быть раскрыта для каждой точки  $c = x + iy$  на комплексной плоскости следующим образом:

$$z_{i+1} = z_i^2 + c, \text{ число итераций при этом стремится к бесконечности.}$$

Задача биржевого прогноза в общем случае состоит в определении каких-либо количественных или хотя бы качественных характеристик будущего поведения временного ряда на базе имеющихся исторических данных. Локальный фрактальный анализ может быть эффективно использован при решении самых различных задач подобного рода, в частности, при построении

индикатора сильных изменений цены. Такое поведение рынков обычно связывают с обвалами или с корнерами («пузырями»). Соответствующий индикатор основан на доказанном [5] эффекте увеличения крупномасштабных флуктуаций при подавлении мелкомасштабных. Этот эффект является следствием следующих двух фактов. Во-первых, степенной закон для функции выполняется с удивительной точностью на огромном интервале масштабов (от нескольких минут до нескольких лет). Во-вторых, степенная функция обладает особым свойством: чем выше ее рост (по сравнению с функцией с другим степенным показателем) при малом значении аргумента, тем он выше при большом значении последнего. Агрегирование индексов здесь используется для того, чтобы уменьшить число экзогенных факторов, исключив, предварительно влияние фондовых рынков различных стран друг на друга. [6]

Многие считают, что рынки случайны. Тем не менее многие другие утверждают, что, хотя цены могут показаться случайными, они фактически следуют схеме в виде тенденций. А одним из самых действенных способов определения тенденций трейдерами является использование фракталов. Фракталы разбивают большие тенденции на простые и предсказуемые шаблоны разворота. Поэтому каждый, кто научится как торговать на фракталах, имеет шансы значительно увеличить свою прибыль.

Фрактал (от латинского – «fractus») – это индикатор ценовых показателей, демонстрирующий на графике минимальные и максимальные показатели цены. Другими словами фракталы на Форекс – это некий уровень, точка на графике, достигнув которого, показатель цены меняет направление на противоположное.

Фракталы помогают определить наиболее безопасные точки для вступления в сделку.

Цель фрактального анализа – вовремя заметить и правильно интерпретировать фрактальные показатели в сочетании с другими рыночными данными независимо от того, являются ли они фундаментальными или техническими, объёмными или временными. Несмотря на расхожие мнения об их «медлительности», на самом деле реальные фракталы очень динамичны. Их формат может варьироваться в зависимости от движения цен, поэтому появление max/min для фрактала необязательно должно быть последовательным.

Вопрос о принципиальной предсказуемости фондовых инструментов не решен до сих пор. Согласно теории эффективного рынка котировки фондовых инструментов являются случайными величинами, их динамика подобна броуновскому случайному процессу и поэтому получение сколько-нибудь точного прогноза

невозможно. С другой стороны, в литературе приводятся многочисленные свидетельства того, что поведение биржевых котировок не случайно. А потому фрактальный анализ временных рядов, а изменение котировок представлено именно таким рядом, сулит биржевикам хорошие перспективы.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Б.Вильямс, Торговый хаос – экспертные методики максимизации прибыли. [www.koob.ru](http://www.koob.ru)
2. Кронвер Ричард М. Фракталы и хаос в динамических системах М.: Постмаркет 2000
3. Шредер М. Фракталы хаос степенные законы М.: R&C 2005
4. Везумський О.К., Яровий Ф.В. Дослідження алгоритмів фрактального аналізу у мережі трейдерів фондової та валютної біржі. 2017р
5. X Всеукраїнська науково-практична WEB конференція.
6. Збірник матеріалів 22-34 березня 2017р. Кр.Ріг ст-ка 141
7. О фрактальном анализе хаотических временных рядов.
8. М.М. Дубовиков, Н.В. Старченко [http://www.mirkin.ru/\\_docs/dubov.pdf](http://www.mirkin.ru/_docs/dubov.pdf)
9. М.М.Бутовский Технический анализ и фрактальные методы в исследовании финансовых рынков. <https://cyberleninka.ru/article/v/>

*Рецензент: д.т.н., проф. Марасанов В. В.  
Херсонський національний технічний університет*