

УДК 514.18

**А.Ю. НИЦЫН**

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

### **РАЗВЁРТКА СФЕРЫ КАК МОДЕЛИ СНЕЖНОЙ ХИЖИНЫ "ИГЛУ"**

*Предложена условная развёртка сферы в виде условной развёртки криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей её. Развёртка представляет собой отсек плоскости, ограниченный двумя кривыми, напоминающими клотоиду или спираль Корню. Спиральный способ построения развёртки сферы является математической основой для определения формы и размеров блоков, из которых возводится снежная хижина "иглу". Это обусловлено тем, что наиболее распространённым способом построения снежной хижины "иглу" является спиральный способ, состоящий в том, что снежные кирпичи укладываются в винтовую поверхность с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде винтовой линии, принадлежащей сфере.*

*Ключевые слова: развёртка поверхности, винтовая поверхность, снежная хижина "иглу".*

**О.Ю. НИЦИН**

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

### **РОЗГОРТКА СФЕРИ ЯК МОДЕЛІ СНІЖНОЇ ХАТИНИ "ІГЛУ"**

*Запропоновано умовну розгортку сфери у вигляді умовної розгортки криволінійної гвинтової поверхні, що апроксимує її. Розгорткою є відсік площини, обмежений двома кривими, що нагадують клотоїду або спіраль Корню. Спиральний спосіб побудови розгортки сфери є математичною основою для визначення форми і розмірів блоків, з яких зводиться сніжна хатина "іглу". Це зумовлено тим, що найбільш поширеним способом побудови сніжної хатини "іглу" є спіральний спосіб, який полягає в тому, що снігові цеглини укладаються в гвинтову поверхню з прямокутним поперечним перерізом і осьовою лінією у вигляді гвинтової лінії, що належить сфері.*

*Ключові слова: розгортка поверхні, гвинтова поверхня, сніжна хатина "іглу".*

**A.Yu. Nitsyn**

National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute"

### **EVOLVENT OF SPHERE AS A MODEL OF SNOW HUT 'IGLOO'**

*The conditional evolvent of sphere as a conditional evolvent of curvilinear helicoid, approximating it, is proposed. The evolvent is a part of plane bounded by two curves resembling a clothoid or a Cornu spiral. The spiral method of constructing the evolvent of a sphere is a mathematical basis for determination of form and sizes of blocks from which a snow hut 'igloo' is building. This is due to the fact that the most common way to build a snow hut 'igloo' is a spiral method, consisting in the fact that snow bricks are stacked on helicoid with a rectangular cross section and axial line in the form of a helix belonging to a sphere. The snow hut 'igloo' is represented as a sphere approximating its outer surface, and snow blocks, which are used in the spiral method of its construction, is represented as elements of a curvilinear helical surface that approximates the sphere. A spherical helix is a spatial curve formed by uniform motion of a point along the meridian of the sphere, while the meridian performs a uniform rotational motion around the axis of the sphere. Two helix lines are built*

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-15>

*on the surface of the sphere. The part of surface of the sphere, enclosed between two helix lines, is separated and a curvilinear helical surface is obtained, approximating the sphere. This helical surface can be represented as a surface formed by rotation of an arc of a circle around its vertical axis of symmetry and simultaneous rotation around an axis perpendicular to its plane. The approximation of the sphere is performed by a family of cylindrical surfaces, for which the meridional sections of the sphere serve as directrices. It is assumed that when the part of the sphere bounded by meridional sections is replaced with a part of a cylindrical surface, the helix on the sphere is converted into a helix on a cylindrical surface. The conditional evolvent of a sphere is constructed as a set of evolvents of cylindrical surfaces that approximate it. After this, a conditional evolvent of a curvilinear helical surface is constructed as a set of evolvents of its parts built on a conditional evolvent of a sphere.*

*Keywords: evolvent of surface, helicoid, snow hut 'igloo'.*

### **Постановка проблемы**

Снежная хижина "иглу" – это зимнее жилище эскимосов, проживающих на Крайнем Севере Канады, и представляет собой полусферический купол, сложенный из снежных блоков. Снежная хижина "иглу" является непревзойдённым образцом жилища, приспособленного к суровым природным условиям Крайнего Севера. Несмотря на то, что её происхождению мы обязаны людям каменного века, поселившимся на Крайнем Севере 30000 лет тому назад, их изобретение до сих пор помогает современным исследователям осваивать земли, лежащие за Полярным кругом. Это обусловлено тем, что ни одна из современных палаток не способна служить полярникам достаточно надёжной защитой от стужи и ветра, которые обрушиваются на них в наиболее холодный период арктической зимы [1–2].

### **Анализ последних исследований и публикаций**

К сожалению, снежным хижинам "иглу" посвящено не так уж много литературы. Большинство книг об исследовании Арктики было издано в 30-е годы XX века в Советской России, когда Коммунистическая партия и Советское правительство вкладывали огромные средства в освоение Крайнего Севера [3–4]. Однако после безуспешных попыток проложить Северный морской путь исследованию Крайнего Севера стали уделять всё меньше и меньше внимания. Сейчас об Арктике уже не вспоминают – заброшены даже военные объекты, построенные когда-то за Полярным кругом.

### **Цель исследования**

Цель настоящей работы – показать, что если геометрической моделью снежной хижины "иглу" является сфера, то снежные "кирпичи", выложенные по спирали, составляют условную развёртку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу.

### **Изложение основного материала исследования**

Снежную хижину "иглу" можно построить двумя способами: кольцевым и спиральным [5]. Первый способ состоит в том, что снежные кирпичи укладываются в кольцо с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде окружности. Это значит, что снежная хижина "иглу" состоит из нескольких горизонтальных слоёв кирпичей, уложенных друг на друга. При этом каждый кирпич последующего слоя опирается на кирпичи предыдущего слоя только одной нижней гранью. Второй способ состоит в том, что снежные кирпичи укладываются в винтовую поверхность с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде винтовой линии, принадлежащей сфере. Это значит, что снежная хижина "иглу", построенная по второму способу, представляет собой один слой кирпичей, опоясывающий её от основания сферического купола до его вершины. При этом каждый кирпич связывается

с другими кирпичами двумя гранями, а именно: нижняя грань опирается на кирпич, принадлежащий нижнему витку винтовой поверхности, в то время как одна из его боковых граней прижимается силой земного тяготения к предыдущему кирпичу из текущего витка винтовой поверхности.

Разумеется, эскимосы, как и их далёкие предки, предпочли второй способ построения снежной хижины "иглу", – первый способ они оставили европейцам, которым почему-то кажется, что кольцевой способ кладки снежных кирпичей гораздо проще спирального способа. Как предки нынешних обитателей Крайнего Севера могли узнать о замечательных свойствах винтовой линии, построенной на поверхности сферы, до сих пор остаётся загадкой.

Первоначально все кирпичи, кроме кирпичей нижнего ряда, имеют размеры  $60 \times 40 \times 15$  см. При этом кирпичи, предназначенные для первого нижнего ряда, имеют размеры  $70 \times 50 \times 20$  см. Когда хижина строится по первому способу, первоначальная прямоугольная форма снежных кирпичей сохраняется только в первом ряду. Потом кирпичи обрезаются так, чтобы придать им трапециевидальную форму, а при укладке последнего ряда сферического купола кирпичи приобретают форму треугольников. Когда хижина строится по второму способу, кирпичи первого ряда также имеют прямоугольную форму, а все последующие кирпичи, в том числе и кирпичи последнего ряда сферического купола, имеют вид неправильных многоугольников.

Рассмотрим особенности кладки снежных кирпичей по винтовой линии. После того как первый нижний ряд кирпичей приобретёт форму кольца, первые его три кирпича срезаются по наклонной прямой линии, идущей от верхней правой вершины передней грани третьего кирпича до середины первого кирпича, которая определяется как точка пересечения диагоналей его передней грани. Первый кирпич второго ряда укладывается в выемку первого кирпича первого нижнего слоя, а все последующие кирпичи второго ряда укладываются на кирпичи предыдущего слоя. Это обеспечивает не только придание кирпичной кладке форму винтовой поверхности, но и перекрывание каждым кирпичом верхнего ряда стыков кирпичей, лежащих в нижнем ряду.

Чтобы придать снежной хижине "иглу" сферическую форму, кирпичи устанавливаются с наклоном внутрь. Угол наклона кирпичей должен постепенно увеличиваться от  $0^\circ$  в первом нижнем слое до  $90^\circ$  в последнем слое, примыкающем к вершине сферического купола. Кроме того, с каждым очередным витком винтовой поверхности размеры снежных кирпичей должны уменьшаться. Подгонка кирпичей осуществляется по месту их установки. При этом боковые грани подрезаются так, чтобы длина верхней грани кирпича каждого последующего ряда постепенно уменьшалась, а форма кирпича напоминала форму неправильной трапеции.

Поскольку величина угла наклона кирпичей и подгонка их формы выполняются приблизительно, на основании опыта строителей хижины, её форма лишь отдалённо напоминает полусферу. Кроме того, по причине того, что кирпичи представляют собой многогранники и устанавливаются с наклоном, в стыках между ними неизбежно образуются щели, которые после окончания строительства заделываются снегом. Это делает форму хижины ещё более грубой и далёкой от совершенства, хотя некоторые отступления внешнего вида хижины от строгой геометрической формы никак не сказываются на её способности защищать от непогоды её обитателей и обеспечивать им приемлемые условия жизни.

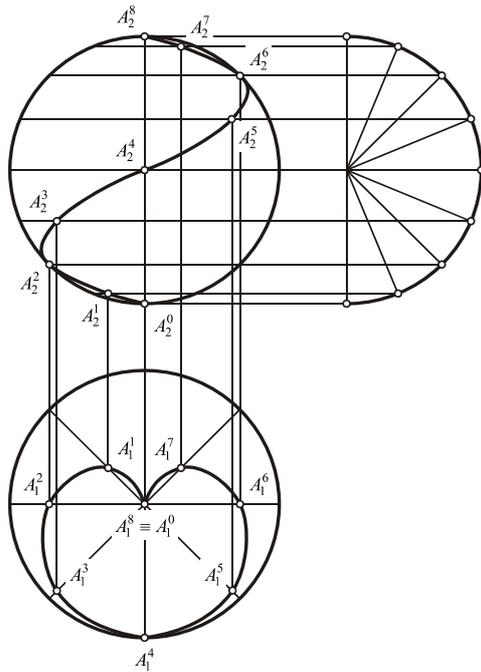
Рассмотрим геометрическую фигуру, которую составляют снежные блоки, которые используются при спиральном способе постройки снежной хижины "иглу", при условии, что снежные блоки размещаются на плоскости так, что один блок является продолжением другого блока. Представим снежную хижину "иглу" в виде

сферы, аппроксимирующей её наружную поверхность, а снежные блоки, которые используются при спиральном способе её постройки, как элементы развёртки криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу. Поэтому, прежде чем перейти к её построению, рассмотрим сферическую винтовую линию.

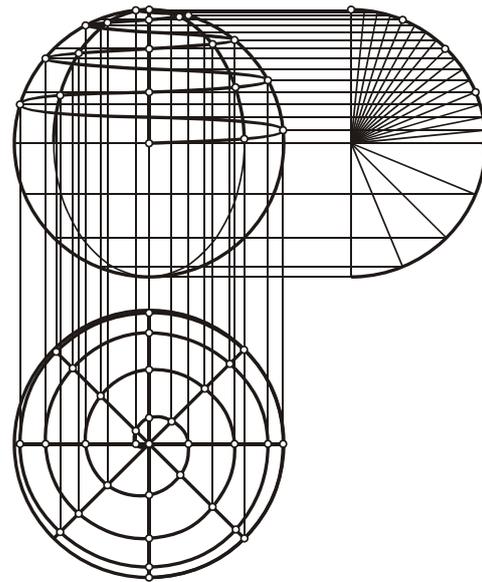
Будем называть сферической винтовой линией пространственную кривую, образованную равномерным движением точки вдоль меридиана сферы, в то время как меридиан совершает равномерное вращательное движение вокруг оси сферы. При этом под равномерным движением точки вдоль меридиана будем понимать её вращательное движение с постоянной угловой скоростью вокруг оси, проходящей через центр сферы. Сферу, по которой перемещается точка, будем называть образующей сферой, а одну из её осей – осью винтовой линии.

Проведём на сфере меридиан, плоскость которого проходит через вертикальную ось симметрии сферы, и совместим с её южным полюсом точку  $A$ . Предположим, что один виток винтовой линии соответствует повороту меридиональной плоскости на угол  $360^\circ$  и перемещению точки  $A$  вдоль меридиана от южного полюса сферы к её северному полюсу. Следовательно, в единицу времени, в течение которого меридиональная плоскость совершает полный оборот, точка  $A$  поворачивается на угол  $180^\circ$ . Поскольку точка  $A$  совершает равномерное вращательное движение, в равные единицы времени она будет поворачиваться в меридиональной плоскости на один и тот же угол. Кроме того, поскольку меридиональная плоскость также совершает равномерное вращательное движение, в равные единицы времени она также будет поворачиваться на один и тот же угол. Поэтому разделим экватор сферы на 8 равных частей и на такое же число равных частей разделим её меридиан. Найдём расстояния от горизонтальных проекций точек винтовой линии до её оси и отложим их на горизонтальных проекциях соответствующих меридианов. Проведём через горизонтальные проекции точек винтовой линии вертикальные линии, а через точки деления меридиана сферы – горизонтальные линии и через точки пересечения соответствующих вертикальных и горизонтальных линий проведём фронтальную проекцию сферической винтовой линии. Покажем на рис. 1 построение сферической винтовой линии при условии, что в единицу времени меридиональная плоскость совершает  $1/8$  полного оборота вокруг вертикальной оси симметрии сферы, а точка  $A$  –  $1/8$  угла поворота вокруг оси, перпендикулярной меридиональной плоскости, от южного полюса сферы к её северному полюсу.

Рассмотрим построение винтовой линии на поверхности сферы при следующих условиях. Пусть меридиональная плоскость вращается вокруг вертикальной оси симметрии на угол  $360^\circ$ , а полный поворот точки меридиана соответствует углу  $22,5^\circ$ , то есть  $1/8$  угла вращения радиуса сферы от южного до северного полюса. Отсюда следует, что как на южной, так и на северной полусфере укладывается ровно 4 витка винтовой линии. Построим витки винтовой линии, принадлежащей верхней полусфере, и покажем их на рис. 2.



**Рис. 1.** Построение винтовой линии при условии, что точка сферы поворачивается вокруг оси симметрии на угол  $360^\circ$  и совершает вращение в меридиональной плоскости на угол  $180^\circ$ .



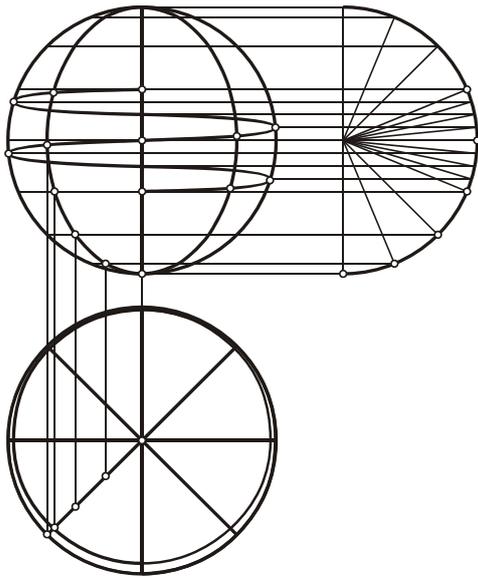
**Рис. 2.** Построение винтовой линии при условии, что точка сферы поворачивается вокруг оси симметрии на угол  $360^\circ$  и совершает вращение в меридиональной плоскости на угол  $22,5^\circ$ .

Построим на поверхности сферы две винтовые линии. Пусть первой винтовой линией является линия, показанная на рис. 2, а первый виток второй винтовой линии начинается в точке, в которой заканчивается второй виток первой линии. При этом последний четвёртый виток второй линии вырождается в точку, совпадающую с северным полюсом сферы.

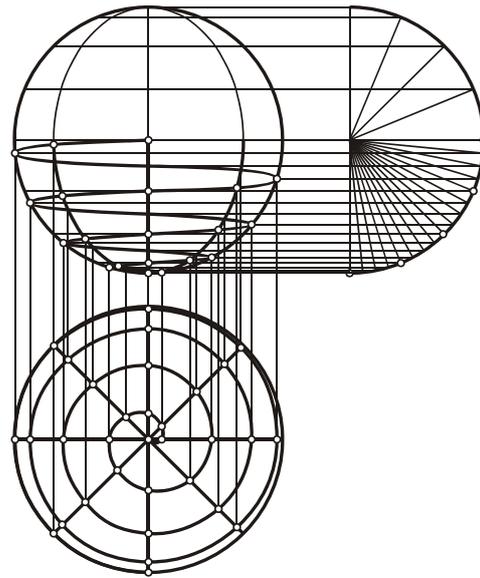
Выделим на рис. 2 отсек поверхности сферы, заключённый между двумя винтовыми линиями, и получим отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей верхнюю полусферу. Эту винтовую поверхность можно представить как поверхность, образованную вращением дуги окружности вокруг её вертикальной оси симметрии и одновременным вращением вокруг оси, перпендикулярной её плоскости.

Построим в области экватора сферы две винтовые линии, состоящие из одного витка. Пусть первая винтовая линия начинается в точке, в которой начинается первая винтовая линия, принадлежащая верхней полусфере, а вторая винтовая линия – в точке, в которой начинается вторая винтовая линия, принадлежащая верхней полусфере. Выделим отсек криволинейной винтовой поверхности, заключённый между построенными винтовыми линиями, и получим отсек криволинейной винтовой поверхности, прилегающий к экватору сферы. Покажем на рис. 3. отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующий сферу и прилегающий к её экватору.

Очевидно, что отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей нижнюю полусферу, является симметричным отсеку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей верхнюю полусферу, относительно экватора сферы. Покажем на рис. 4 отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующий сферу и лежащий ниже её экватора.



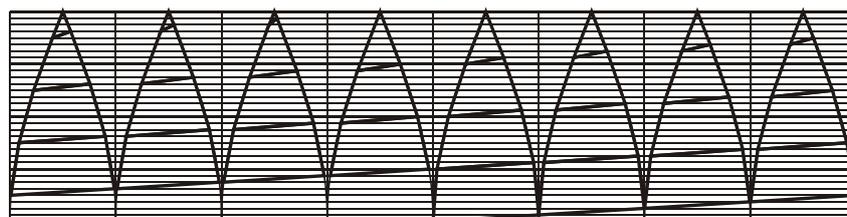
**Рис. 3.** Построение отсека криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующего сферу и прилегающего к её экватору.



**Рис. 4.** Построение отсека криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующего сферу и лежащего ниже её экватора.

Выполним аппроксимацию сферы семейством цилиндрических поверхностей, для которых направляющими служат меридиональные сечения сферы [6]. Предположим, что при замене отсека сферы, ограниченного меридиональными сечениями, на отсек цилиндрической поверхности винтовая линия на сфере преобразуется в винтовую линию на цилиндрической поверхности. Построим условную развёртку сферы как совокупность развёрток цилиндрических поверхностей, аппроксимирующих её. Поскольку винтовые линии, построенные на цилиндре, переходят в прямые линии на его развёртке, при совмещении цилиндрических поверхностей, аппроксимирующих сферу, с плоскостью винтовые линии на сфере преобразуются в отрезки прямых линий на её условной развёртке.

Покажем на рис. 5 условную развёртку отсека сферы, расположенного выше экватора, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями. Покажем на рис. 6 условную развёртку отсека сферы, прилегающего к экватору, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями. Покажем на рис. 7 условную развёртку отсека сферы, расположенного ниже экватора, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями.



**Рис. 5.** Построение условной развёртки отсека сферы, расположенного выше экватора.



Рис. 6. Построение условной развёртки отсека сферы, прилегающего к экватору.

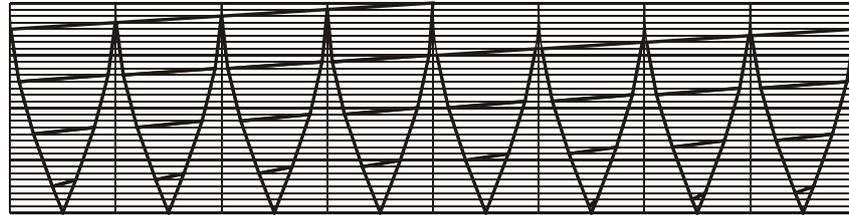


Рис. 7. Построение условной развёртки отсека сферы, расположенного ниже экватора.

Построим теперь условную развёртку криволинейной винтовой поверхности как совокупность развёрток её отсеков, построенных на условной развёртке сферы. Покажем на рис. 8 условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, расположенного выше экватора сферы, на рис. 9 – условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, расположенного ниже экватора сферы, а на рис. 10 – условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, прилегающего к экватору сферы.

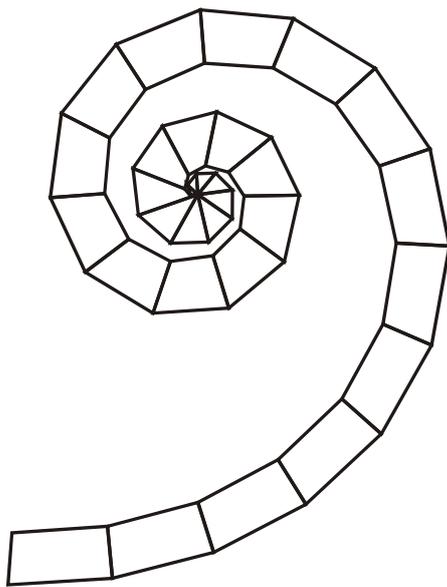


Рис. 8. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, лежащего выше экватора сферы.

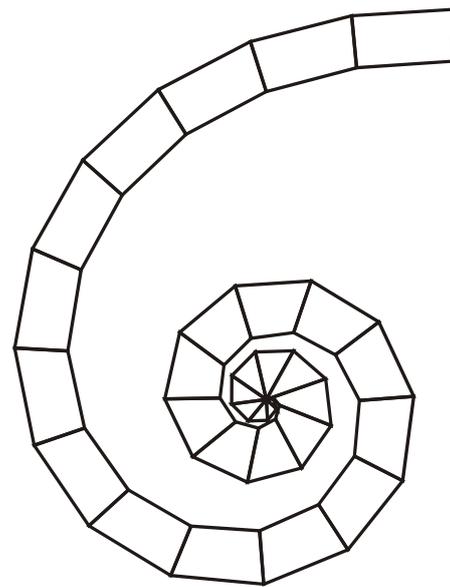


Рис. 9. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, лежащего ниже экватора сферы.

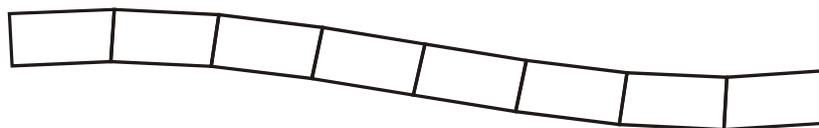
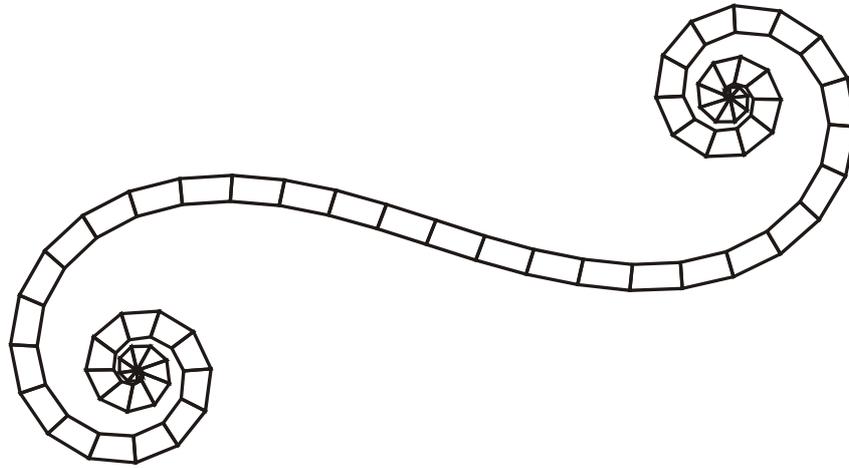


Рис. 10. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, прилегающего к экватору.

Завершим построение условной развёртки сферы построением условной развёртки криволинейной винтовой поверхности, собранной из развёрток её отсеков, расположенных выше экватора, отсеков, прилегающих к экватору, и отсеков, расположенных ниже экватора. Представим на рис. 11 условную развёртку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу.



**Рис. 11. Построение полной условной развёртки криволинейной винтовой поверхности.**

Это и есть условная развёртка сферы.

Как показывает рис. 11, условная развёртка сферы не имеет ни разрывов, ни наложений отдельных её частей друг на друга. Это подтверждает предположение о том, при замене отсека сферы, ограниченного меридиональными сечениями, на отсек цилиндрической поверхности винтовая линия на сфере преобразуется в винтовую линию на цилиндрической поверхности.

### **Выводы**

Таким образом, конструкция снежной хижины "иглу" и технология её построения, разработанные древними обитателями Крайнего Севера, подсказали нам способ построения условной развёртки сферы с помощью аппроксимации сферы криволинейной винтовой поверхностью и последующего её развёртывания на плоскость. Предлагаемый нами способ построения условной развёртки сферы отличается от известных нам способов тем, что вместо развёртки сферы в виде совокупности приближённых развёрток семейства цилиндрических или конических поверхностей, аппроксимирующих её, мы получаем развёртку сферы в виде условной развёртки одной криволинейной винтовой поверхности. Кроме того, предлагаемый нами способ построения условной развёртки сферы имеет ещё и практическое значение, потому что является математической основой для определения размеров "кирпичей", которые используются при спиральном способе строительства снежной хижины "иглу". Предполагаем, что наша следующая работа будет посвящена определению формы и вычислению размеров блоков, из которых возводится снежная хижина "иглу".

### **Список использованной литературы**

1. Берман А. Е. Юный турист. Москва : Физкультура и спорт, 1977. 153 с.
2. Ницын А. Ю. Снежная хижина "иглу" – энергосберегающий дом аборигенов Крайнего Севера. *Строительство и техногенная безопасность*. Симферополь: АСА КФУ им. В. И. Вернадского, 2016. Вып. 4(56). С. 28–32.

3. Радзеевский В. А. Зимние гидрографические работы в Арктике. Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1940. 186 с. (Библиотека "Стахановцы Арктики").
4. Буйницкий В. Х. 812 дней в дрейфующих льдах. Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1945. 194 с.
5. Кузнецов М. А. Снежные хижины "иглу". Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1949. 38 с.
6. Бубенников А. В., Громов М. Я. Начертательная геометрия. Москва: Высшая школа, 1973. 416 с.

#### References

1. Berman, A. E. (1977) Yuny turist. Moskva : Fizkultura i sport.
2. Nitsyn, A. Yu. (2016) Snezhnaya hizhina 'iglu' – energosberegayushchiy dom aborigenov Kraynego Severa. *Stroitelstvo i tehnogennaya bezopasnost.* 4 (56), 28–32.
3. Radzievskiy, V. A. (1940) Zimnie gidrogra ficheskie raboty v Arktike. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi. (Biblioteka 'Stahanovtsy Arktiki').
4. Buynitskiy, V. H. (1945) 812 dney v dreyfuyushchih Idah. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi.
5. Kuznetsov, M. A. (1949) Snezhnye hizhiny 'iglu'. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi.
6. Bubennikov, A. V., & Gromov, M. Ya. (1973) Nachertatelnaya geometriya. Moskva : Vysshaya shkola.