УДК 681.3.06.14

В.І. СВИРИДОВ
Херсонська філія Національного університету кораблебудування
О.П. ФАЛЬЧЕНКО
Херсонський морехідний коледж рибної промисловості

ДІАГНОСТУВАННЯ СУДНОВОГО УСТАТКУВАННЯ ПРИ ВИКОРИСТАННІ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ВІБРАЦІЇ

Розглянуті моделі діагностики суднового устаткування та доцільність їх використання. Найбільш ефективними методами діагностування суднових машин та механізмів є віброакустичні методи, які використовують ту або іншу модель сигналу вібрації. Проаналізовано конкретні моделі вібрації в якості вібродіагностичних моделей. Проведено аналіз властивостей розглянутих моделей випадкових процесів, що характеризують різні процеси в теорії і при проведенні експериментальних досліджень. На підставі експериментальних досліджень знайшли підтвердження різні моделі, які дозволяють розробити і отримати практичні методи діагностування.

Ключові слова: моделі вібрації, діагностика, дослідження, обладнання.

В.И. СВИРИДОВ
Херсонский филиал Национального университета кораблестроения
О.П. ФАЛЬЧЕНКО
Херсонский мореходный колледж рыбной промышлености

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ СУДОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ВИБРАЦИИ

Рассмотрены модели диагностики судового оборудования и целесообразность их использования. Наиболее эффективными методами диагностирования судовых машин и механизмов являются виброакустические методы, которые используют ту или иную модель сигнала вибрации. Проанализированы конкретные модели вибрации в качестве вибродиагностических моделей. Проведен анализ свойств рассматриваемых моделей случайных процессов, характеризующих различные процессы в теории и при проведении экспериментальных исследований. На основании экспериментальных исследований нашли подтверждение разные модели, которые позволяют разработать и получить практические методы диагностирования.

Ключевые слова: модели вибрации, диагностика, исследования, оборудование.

V.I. SVYRYDOV
Kherson Branch of the National University of Shipbuilding
O.P. FALCHENKO
Kherson Naval College of Fisheries

DIAGNOSIS OF VESSEL EQUIPMENT WHEN USING VARIOUS MODELS OF VIBRATION

Models of the diagnostic equipment of ship equipment are considered, and specific models of vibration of mechanisms are identified and their expediency to use models of vibration diagnostics is revealed. The most effective methods for the diagnosis of ship engines and mechanisms are vibroacoustic methods are the same as the complete model of the vibration signal.

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

Classes of vibroacoustic methods of analysis were analyzed, according to the step in which of the supersonic factors.

The properties of the considered models of random processes characterizing various processes in theory and in the course of experimental studies are considered. Dependent harmonic vibrations consider its deterministic parameters, as well as vibrations with multiple frequencies in total with Gaussian noise forming a non-stationary Gaussian process, and simulation stability, which will manifest itself, as in the case of a deterministic process, taking into account time components. Random impulse processes described by a random impulse process model described by Poisson's law, which is a superposition of randomly generated deterministic or independent of others, were analyzed. Complex additive multiplicative processes, which are determined by many sources, where there are various vibrational forces of different nature, different physical nature.

In the considered classification of processes according to statistical characteristics and frequency dependence, probabilistic process models are analyzed, which, together with the mathematical definition of the relationship between various elementary processes and probabilistic characteristics of the parameters of elementary processes, forms models of random processes of various classes. An analysis of the properties of the considered models of random processes allows us to compare the above parameters characterizing the different essence of the process and the ongoing experimental studies. Based on the experiments, various models were confirmed, practical diagnostic methods were developed and obtained.

Keywords: models of vibration, diagnostics, research, power equipment.

Постановка проблеми

Перехід суден на обслуговування та ремонт устаткування за технічним станом передбачає наявність діагностичного забезпечення для різних машин і механізмів суден.

Відомо [1], що найбільш ефективними методами діагностування суднових машин і механізмів є віброакустичні методи, які використовують ту або іншу модель сигналу вібрації. Будь-яка модель покликана відображати лише одне або кілька певних властивостей даного явища і завжди містить обмежену інформацію про нього.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз джерел [1–5] показує, що розрізняють детерміновані і ймовірнісні математичні моделі сигналу вібрації. Більш загальна – ймовірнісна модель, що відображає, як стійкі властивості, так і випадковий характер спостережуваного явища. Виділяються наступні класи явищ, за степенем вмісту випадкових факторів:

1) повністю випадкові, визначені безліччю однорідних факторів (електронні шуми, броунівський рух, тиск газів – явища, обумовлені дією нескінченої кількості частинок);

2) з переважанням одного або декількох сильних чинників і безліччю слабких однорідних факторів (періодичний сигнал на тлі власних шумів підсилювача і т. п.);

3) описувані квазідетермінованими функціями, тобто регулярними функціями, деякі параметри яких представляються випадковими, якщо вони не впливають на результат або невідомі досліднику.

У практиці статистичних вимірювань використання статистичних моделей грає просту роль: на підставі наявного досвіду вибирається одна-дві конкретні (апріорні) моделі дослідження, звідки йде перелік статистичних показників, параметрів, які необхідно виміряти. В результаті вимірювань підтверджується вибір однієї з апріорних моделей, яка тепер стає апостеріорної моделлю процесу для даної постановки завдання.

Мета досліджень

Проаналізувати конкретні моделі вібрацій, характерних для суднових машин і механізмів і зробити висновок про їх доцільність використання в якості вібродіагностичних моделей.

Основна частина

Однією з найпростіших моделей, яка описує вид вібраційного процесу, що протікає в насосному агрегаті, який часто зустрічається, є сума гауссівського шуму (вібрації) $\nu(t)$ і гармонічних складових:

$$\zeta(t) = \nu(t) + \sum_{k=1}^{n} a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k). \tag{1}$$

Властивості цього процесу і його клас визначаються властивостями параметрів a_k, ω_k, φ_k. Проаналізуємо окремі випадки розглянутої моделі.

Незалежні гармонічні коливання з випадковими, рівно розподіленими фазами $W(\varphi_k) = 1/2\pi, \pi < \varphi < \pi$ **.** Сума синусоїд з гауссівським шумом з нульовим математичним сподіванням $\chi_{1\nu} = 0$ та дисперсією $\chi_{2\nu} = G_\nu{}^2$ визначається характеристичною функцією:

$$\theta(u) = e^{-\frac{\sigma_\nu^2 u^2}{2}} \prod_{k=1}^{n} J_0(a_k u), \tag{2}$$

де $J_0(z)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку.

$$\mu_2 = \sigma_\nu^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} a_k^2; \mu_4 = 3\mu_2^2 - \frac{3}{8}\sum_{k=1}^{n} a_k^4;$$
$$\mu_6 = 15\mu_2^3 - \frac{45}{8}\mu_2 \sum_{k=1}^{n} a_k^4 + \frac{5}{4}\sum_{k=1}^{n} a_k^6; \quad \text{і т.п.}$$

Щільність ймовірності $W(x)$, яка може бути знайдена як перетворення Фур'є від $\theta(u)$, в разі переважання однієї з складових набуває двовершинного характеру. В силу симетрії розподілу осей непарні моменти дорівнюють нулю, а парні моменти визначаються виразами: за знайденими μ_{i} вираховуються кумулянти розподілу:

$$\chi_2 = \mu_2 = \chi_{2\nu} + \sum_{k=1}^{n} \chi_{2k}; \ \chi_4 = \mu_4 - 3\mu_2^2.$$

Кореляційна функція будь-якого порядку процесу в цілому в силу незалежності адитивних складових визначається сумою кореляційних функцій доданків, тією ж властивістю володіє і спектр процесу:

$$G_\xi(\omega) = G_\nu(\omega) + \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k^2}{2} \delta(\omega - \omega_k),$$

де шумова складова має неперервний спектр, а гармонічні коливання – дискретні.

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

Розглянемо властивості характеристик, одержаних при процесі фільтрації. У широкій смузі частот при великому числі гармонічних складових (навіть при $a_k / \sigma_\nu > 1$) властивості процесу не сильно відрізняються від гауссівського, $\gamma_4 \approx -3/2n$, де n – число гармонічних складових в смузі фільтра. Звуження смуги частот призводить до зменшення числа n гармонічних складових і, внаслідок цього, до збільшення абсолютної величини коефіцієнта ексцесу в смузі частот Δf. При дуже вузькій смузі фільтра маємо $\gamma_4(\Delta f) \approx -3/2$, на частоті ω_k для кожної гармонічної складової $\gamma_4(\Delta f) = 0$.

Незалежні гармонічні коливання з детермінованими параметрами a_k, ω_k, φ_k**.** Коливання з некратними частотами в сумі з гауссівським шумом $\nu(t)$ утворюють нестаціонарний гауссівський процес, причому нестаціонарність буде проявлятися, як і в випадку детермінованого процесу, у вигляді залежного від часу математичного сподівання, що визначається сумою гармонічних складових $\sum_{k=1}^{n} a_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)$.

Функціонально пов'язані гармонічні коливання з кратними частотами в сумі з гауссівським шумом. Ця модель процесу являє (в довільно обраній смузі частот) суму шуму з кінцевим числом гармонік звукоряду періодичного процесу $f(t)$:

$$\zeta(t) = \nu(t) + f(t) = \nu(t) + \sum_{k=p}^{p+n} a_k \sin(k\omega_1 t + \varphi_k). \tag{3}$$

Як і в попередніх випадках, властивості цієї моделі процесу визначаються властивостями параметрів гармонічних коливань. При детермінованих a_k, ω_1, φ_k маємо розглянутий вище випадок нестаціонарного за математичним сподіванням гауссівського процесу. При випадковому характері початкових фаз в даній моделі доцільно ставити випадкову змінну зсуву t_0 періодичної складової $f(t, T_1)$ процесу, яка рівномірно розподілена в межах періоду $T_1 = 2\pi / \omega_1$ коливань $W(t) = 1/T_1,\ 0 < t < T_1.$

В останньому випадку неважко отримати такі характеристики:

$$\mu_1 = 0;\ \mu_2 = \sigma_\nu^2 + \sigma_f^2; \quad \chi_2 = \chi_{2\nu} + \chi_{2f};\ \mu_3 = \mu_{3f};\ \mu_4 = 3\sigma_\nu^4 + 6\sigma_\nu^2\sigma_f^2 + \mu_{4f};\ \chi_4 = \chi_{4f},$$

які свідчать про стаціонарність і негауссовість процесу.

Кореляційна функція процесу має два доданки:

$$K_\zeta(\tau) = K_\nu(\tau) + n\frac{\sin\dfrac{n\Delta\omega\tau}{2}}{n\sin\dfrac{\Delta\omega\tau}{2}}\cos\omega_0\tau .$$

Перший з яких приймає малі значення при $\tau > \tau_k$, тому при великих затримках виявляється вид і періодичний характер періодичної складової процесу. Отже, спектральний і кореляційний аналізи дозволяють розділити та виявити відмінність даного процесу від гауссівського шуму.

Випадкові імпульсні процеси. Багато акустичних шумів кавітаційного походження описуються моделлю випадкового імпульсного процесу, яка ґрунтується на законі Пуассона. Пуассонівський процес представляє собою суперпозицію

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

випадково виникаючих незалежно один від одного імпульсів, детермінованих або випадкових за формою $F(t)$:

$$p(t)=\sum_i a_i F(t-t_i), \tag{4}$$

для якого ймовірність виникнення k імпульсів усередині інтервалу часу T задається розподілом Пуассона:

$$p_k(T)=\frac{(n_0 T)^k}{k!}e^{-n_0 T}, \tag{5}$$

де n_0 – середнє число імпульсів, що виникають в одиницю часу.

Кумулянтні функції стаціонарного пуассонівського процесу визначаємо за формулою:

$$\chi_S(0,\tau_2,\tau_{3,},...,\tau_S)=n_0<a^S>\int_{-\infty}^{+\infty}F(u)F(u-\tau_2)...F(u-\tau_S)du.$$

Енергетичний спектр пуассонівського процесу визначається виразом [4]:

$$G\ (\omega)=\frac{2}{\mu_c}<g(\omega)>^2[A^2+\sigma^2+2(\sigma^2 R_p+A^2)\,f_\mu(\omega)], \tag{6}$$

де $<g(\omega)>=\int_{-\infty}^{+\infty}<F(t)>e^{-i\omega t}dt$ – спектр елементарного імпульсу;

$\mu_c = 1/n_o$– середній інтервал надходження імпульсів;
A,σ – середня амплітуда і дисперсія амплітуд імпульсів;
R_p – коефіцієнт кореляції амплітуд імпульсів;
$f_\mu=\mathrm{Re}\{[\theta_{1\mu}(\omega)/[1-\theta_{1\mu}(\omega)]\}$;
$\theta_{1\mu}(\omega)$ – характеристична функція інтервалів μ проходження імпульсів.

Іншою поширеною моделлю імпульсного сигнального процесу є телеграфний сигнал – процес, який може набувати лише двох значень x_1 та x_2 в моменти часу t_k, які визначаються відповідним ймовірнісним законом. Для симетричного телеграфного сигналу при пуассонівському законі розподілу ймовірності зміни знаку сигналу $(x_1=h, x_2=-h)$ за час T кореляційна функція є експоненціальною:

$$R(\tau) = h^2\exp(-2n_o\,|\tau|). \tag{7}$$

Для квантового в часі телеграфного сигналу (зміна знака відбувається лише в моменти часу, кратні T) кореляційна функція дорівнює

$$R(\tau) = h^2\,|\,1-\tau/T|. \tag{8}$$

І що саме важливо при будь-якому вигляді кореляційної функції телеграфного сигналу, його кумулянтна функція четвертого порядку завжди дорівнює

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

$$\chi_4(\tau) = -2R^2(\tau). \quad (9)$$

Спектр телеграфного сигналу при пуассонівському законі ймовірності змін знаку дає:

$$G_п(\omega) = (h^2/\pi) \times (2n_о/(4n^2_о + \omega^2), \quad (10)$$

а для телеграфного сигналу з детермінованими тактовими інтервалами має вигляд:

$$G_д(\omega) = (h^2T/2\pi) \times (\Delta T/2)^{-2} \sin^2(\omega T/2). \quad (11)$$

У багатьох випадках кавітаційні шуми носять характер нестаціонарного потоку імпульсів, коли потік рідини, що набігає на обтічне тіло, не є стаціонарним. В цьому випадку кавітаційний шум, що випромінюється кожної лопаттю, є модульованим. У першому наближенні такий шум описується мультиплікативною моделлю:

$$z_1(t) = [1 + mx(t)]\xi(t).$$

Однак, ця модель не відображає залежності коефіцієнта модуляції m від середньої частоти $\omega_{ср}$ смуги шуму, не відображає вона і наявність частотної модуляції шуму.

Нехай деякий параметр λ потоку імпульсів (4) є модульованим $\lambda = \lambda_о(1 + mx_t)$.

Визначаємо коефіцієнт модуляції як

$$m_\lambda = \Delta\lambda/\lambda,$$

де $\Delta\lambda$ – амплітуда коливань параметра λ відносно його середнього значення λ_0.

Тоді енергетичний спектр процесу буде змінюватися у часі, тобто також виявиться модульованим $G = G[\omega, \lambda(t)]$ з коефіцієнтом амплітудної модуляції

$$m_G = \Delta G/G_o = \left[\ \left(\partial G/d\lambda\right)\Delta\lambda\ \right]/G_o = \left[\partial G(\omega,\lambda)\right]\times m_\lambda\lambda_o/(\partial\lambda\times G_o). \quad (12)$$

Коефіцієнт модуляції m_σ шуму $p(t)$ в заданій смузі частот $\Delta\omega_э = 2\pi\Delta f_э$ визначимо через відносну зміну в часі середнього квадратичного значення σ_p процесу $p(t)$, що розглядається в інтервалі часу $T << \tau_x$:

$$\sigma_p(\omega,\lambda) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} K^2(\omega)G(\omega,\lambda)d\omega\right]^{1/2} \approx \left[\Delta f_э G(\omega_{cp},\lambda)\right]^{1/2},$$

де $K(\omega)$ – частотна характеристика смугового фільтра з смугою пропускання $\Delta f_э$.

Тоді коефіцієнт модуляції дорівнює

$$m_\sigma = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_p} = \frac{\frac{\partial}{\partial\lambda}\left[\Delta f_э G(\omega,\lambda)\right]^{1/2} m_\lambda\lambda_0}{\left[\Delta f_э G(\omega,\lambda)\right]^{1/2}}\ . \quad (13)$$

З виразу (13) випливає, що в загальному випадку $m_\sigma = 0{,}5m_G$. Спектр $G(\omega, \lambda)$ визначаємо за формулою (6), для якої залежний від часу параметр λ визначається з формули (13) за допомогою амплітуди імпульсів A.

Виконані за виразами (12)–(13) розрахунки призводять до наступних результатів:

а) при модуляції амплітуд імпульсів і довільному вигляді спектра $G(\omega)$:

$$\frac{m_\sigma^{(A)}}{m_A} = \frac{A^2[1+2f_\mu(\omega)]}{\sigma^2 + A^2[1+2f_\mu(\omega)]};\, m^A{}_\sigma \approx m_A \quad \text{при } f_\mu \to 0; \tag{14}$$

б) при модуляції інтервалів слідування імпульсів:

$$m_\sigma^{(\mu_c)} = -\frac{m_\mu}{2} + m_f \frac{A^2 f_\mu(\omega)}{2\left[\sigma^2 + A^2[1+2f_\mu(\omega)\right]}, \tag{15}$$

тобто при експоненціальному розподілі інтервалів проходження імпульсів, коли $f_\mu(\omega) = 0$, маємо $m_\sigma^{(\mu)} = -m_\mu/2$;

в) при модуляції згасання β експоненціальних імпульсів або згасання α імпульсів відповідно маємо

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_\sigma^{(\beta)}}{m_\beta} &= -\frac{\beta^2}{\beta^2+\omega^2} \\ \frac{m_\sigma^{(\alpha)}}{m_\alpha} &= -\frac{2\alpha^2}{\omega_1^2}(\omega_0^2+\omega^2)\left\langle g^2(\omega)\right\rangle \end{aligned}\right\}. \tag{16}$$

г) при модуляції частоти ω_1 заповнення імпульсів:

$$\frac{m_\sigma^{(\omega_1)}}{m_\omega} = 1 - \left\langle g^2(\omega)\right\rangle(\alpha^2+\omega_1^2-\omega^2), \tag{17}$$

причому в смузі частот, поблизу ω_1 виникає квадратична модуляція, яка характеризується появою в складі обвідної другої гармоніки модулюючої функції

$$m^2 + 4Q^2 m^2{}_\omega, \text{ де } Q^2 = (\alpha^2 + \omega^2{}_1)/4\alpha^2.$$

Отримані дані показують наступне:

– модуляція амплітуди (A) та інтервалів проходження імпульсів (μ_c) приводить до модуляції процесу, що не залежить від несучої частоти;

– модуляція форми імпульсів – згасання α або β імпульсів, або частоти заповнення ω_1 імпульсів призводять до залежності коефіцієнта модуляції від несучої частоти;

– при модуляції частоти заповнення імпульсів виникає ефект нелінійності модуляції спектру, тобто в області поблизу середньої частоти заповнення імпульсів з'являється друга гармоніка частоти модуляції.

Дисперсія суми некорельованих випадкових величин дорівнює сумі дисперсій. З цього випливає твердження, яке покладене в основу методу диверсифікації:

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

$$n_c(0) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\int\limits_0^\infty \omega^2 K^2(\omega)G(\omega)d\omega}{\int\limits_0^\infty K^2(\omega)G(\omega)d\omega}\right]^{1/2}, \tag{18}$$

де $K^2(\omega)$ – квадрат частотної характеристики смугового фільтра.

У кінцевому рахунку ефект модуляції визначається еволюцією енергетичного спектра, і якщо значення збільшень останнього будуть знайдені для заданих значень модулюючої функції, тоді з виразів (12) і (13) легко знаходиться коефіцієнт модуляції процесу.

Звернемося до дослідження глибини частотної модуляції. Визначимо миттєву частоту процесу в заданій смузі частот Δf як число нулів процесу в одиницю часу при заданому знаку його похідної (середнє число періодів процесу). У квазістаціонарному наближенні або за умови повільної зміні параметрів процесу скористаємося відомим виразом [4] для середнього числа нулів. Цей вираз відповідає методу експериментальних досліджень параметрів миттєвої частоти шуму, коли визначають інтервали часу між «нулями» процесу, а миттєву частоту отримують як функцію, значення якої протилежні цим інтервалам. Застосуємо вираз (18) для визначення миттєвої частоти процесу в смузі частот $\Delta\omega$ ідеального фільтра з прямокутною частотною характеристикою на середній частоті $\omega_{\text{ор}}$. Представимо функцію $G(\omega)$ рядом Тейлора по змінній $\omega_{\text{ф}}$:

$$G(\omega) = G_{\text{о}}(\omega_{\text{ф}}) + (\omega - \omega_{\text{ф}})\,\hat{G}_{\text{о}}(\omega_{\text{ф}}) + \check{G}_{\text{о}}(\omega_{\text{ф}})(\omega - \omega_{\text{ф}})^2/2 + \ldots,$$

тоді із формули (12) отримаємо

$$\omega_c^2 = \frac{\omega_\phi^2 + \frac{\Delta\omega^2}{12}\left[\frac{G_o'}{G_o}2\omega_\phi - 1{,}2\frac{G_o'}{G_o}\frac{\omega_\phi^2(\omega_\phi + \Delta\omega)^2}{(\Delta\omega)^2}\right]}{1 + \frac{G_o''}{G_o}\frac{(\Delta\omega)^2}{24}}. \tag{19}$$

У багатьох випадках достатньо обмежитися першим наближенням:

$$\omega_c^2 \approx \omega_\phi^2 + \frac{\Delta\omega^2}{12}\cdot\left(1 + 2\frac{G_o'}{G_0}\omega_\phi\right) \quad \text{або} \quad \omega_c \approx \omega_\phi + \frac{\Delta\omega^2}{24}\left(1 + 2\frac{G_o'}{G_0}\omega_\phi\right). \tag{20}$$

Визначимо глибину частотної модуляції як відношення девіації частоти до середньої частоти процесу в досліджуваній смузі частот:

$$m_{ч.м} = \frac{\delta\omega}{\omega_c} = \frac{\omega_c(\lambda + \Delta\lambda) - \omega_c(\lambda)}{\omega_c(\lambda)}, \tag{21}$$

де λ – модульований параметр послідовності імпульсів.

Після нескладних перетворень, враховуючи, що $G = G(\omega,\lambda)$, з формул (20) і (21)

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

отримаємо:

$$m_{ч.м} = \frac{\Delta\omega^2}{12\omega_ф}\left[\frac{\Delta G_o^{'}}{G_o} - \frac{\Delta G_o}{G_o}\frac{G_o^{'}}{G_o}\right] = \\ = \frac{\Delta\omega^2 \lambda m_\lambda}{12\omega_ф G_o}\left[\frac{\partial^2 G(\omega,\lambda)}{\partial\omega\partial\lambda} - \frac{1}{G_o}\frac{\partial G}{\partial\omega}\frac{\partial G}{\partial\lambda}\right]_{\omega=\omega_ф}. \tag{22}$$

З розв'язку (22), для випадків модуляції параметрів потоку імпульсів, отримаємо:

а) при модуляції амплітуд імпульсів:

$$m_{ч.м}^{(A)} = \frac{m_A\Delta\omega^2}{3\omega_ф}\frac{A^2}{A^2+\sigma^2+2A^2 f_\mu(\omega)}\frac{\partial f_\mu(\omega)}{\partial\omega}\left\{1 - \frac{A^2[1+2f_\mu(\omega)]}{A^2+\sigma^2+2A^2 f_\mu(\omega)}\right\}, \tag{23}$$

зокрема, $m_{ч.м}^{(A)} = 0$ при $f_\mu(\omega) \equiv 0$;

б) при модуляції інтервалів проходження імпульсів:

$$\frac{m_{ч.м}^{(\mu)}}{m_\mu} = \frac{\Delta\omega^2\mu_c}{G\omega_ф}\frac{A^2}{A^2+\sigma^2+2A^2 f_\mu}\frac{\partial^2 f_\mu(\omega,\lambda)}{\partial\mu_c\partial\omega}, \tag{24}$$

умови $f_\mu \equiv 0$ або $\partial^2 f_\mu(\omega,\lambda)/\partial\mu_c\partial\omega$ призводять до відсутності частотної модуляції;

в) при модуляції затухання β експоненціальних імпульсів:

$$\frac{m_{ч.м}^{(\beta)}}{m_\beta} = \frac{\Delta\omega^2\beta^2}{3(\beta^2+\omega^2)^2}; \tag{25}$$

г) при модуляції загасання α експоненціальних імпульсів

$$\frac{m_{ч.м}^{(\alpha)}}{m_\alpha} = \frac{2}{3}\frac{\Delta\omega^2\alpha^2}{\omega_1^2} \times \left\langle g^2(\omega)\right\rangle\left[\frac{2}{\omega_1^2}\left\langle g^2(\omega)\right\rangle(3\alpha^2+\omega_1^2-\omega^2)(\alpha^2+\omega_1^2+\omega^2)-1\right] \tag{26}$$

знак $m_{ч.м}^{(\alpha)}/m_\alpha$ змінюється при переході від низьких частот до високих, а поблизу частоти заповнення ω_1 частотна модуляція відсутня;

д) при модуляції частоти заповнення ω_1 імпульсів

$$\frac{m_{ч.м}^{(\omega)}}{m_\omega} = \frac{2}{3}\frac{\Delta\omega^2}{\omega_1^2}\left|g^2(\omega)\right|\left[2\left|g^2(\omega)\right|(3\alpha^2+\omega_1^2-\omega^2)(\alpha^2+\omega_1^2-\omega^2)+\omega_1^2\right], \tag{27}$$

глибина модуляції змінюється з частотою, набуваючи мінімальних значень частоти ω_1. Частотна модуляція з'являється при модуляції параметрів форми імпульсів, а глибина частотної модуляції в смузі частот пропорційна квадрату смуги, що пропускає $\Delta\omega$ фільтр.

Складні адитивно-мультиплікативні процеси. Шуми і вібрації суднового

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

устаткування викликаються безліччю джерел. Шуми і вібрації одного механізму також викликаються коливальними силами різного характеру, різної фізичної природи. Тому узагальненою моделлю реального шуму або вібрації є адитивна модель, що включає наступні складові:

– гауссівський стаціонарний шум (небілий) $\xi(t)$;

– негауссівський стаціонарний шум $-\nu(t)$;

– модульовані шуми – $z_i(t) = [1 + mx(t)]\,\eta(t)$,

а також періодичні процеси $f(t) = \sum_k c_k \cos(k\omega_k t + \varphi_k)$ з різними значеннями основної частоти ω_1, які в більш загальному випадку можуть мати амплітудну і частотну модуляції, тобто повинні представлятися моделлю:

$$f_j(t) = \sum_k (1 + m_J x_{J\,t}) c_{k\,J} \cos\{k\omega_J [1 + m_J^{(ч.м)} y(t)] + \varphi_{kJ}\}.$$

Весь цей складний адитивний процес має множник $\Phi(t)$, який відображає зміну рівня в процесі, в часі, в наслідку. В загальному випадку адитивно-мультиплікативна модель має вигляд:

$$F(t) = \Phi(t)\left[\xi(t) + \nu(t) + \sum_i z_i(t) + \sum_J f_J(t)\right]. \tag{28}$$

Кожний доданок характеризується своїм спектром і частотною залежністю статичних характеристик. У різних смугах частот переважають різні джерела, тому статистичні характеристики, вимірювані в суміжних смугах частот, мають бути різними.

Розглянемо характеристики складного адитивного процесу, приймаючи $\Phi(t) = 1$ в (28). Дисперсія адитивного процесу в силу некорельованості доданків дорівнює

$$\sigma_F^2 = \sigma_\xi^2 + \sigma_\nu^2 + \sum_i \sigma_{zi}^2 + \sum_J \sigma_{fJ}^2 \;. \tag{29}$$

Кумулянти вищих порядків для незалежних доданків також адитивні:

$$\chi_{kF} = \chi_{k\xi} + \chi_{k\nu} + \sum_i \chi_{kzi} + \sum_J \chi_{kfJ} \;. \tag{30}$$

Нормовані коефіцієнти (асиметрії, ексцесу та вищого прядка), які неважко показати, виразимо через аналогічні коефіцієнти доданків і їх дисперсії:

$$\gamma_{kF} = \frac{\chi_{kF}}{(\sigma_F^2)^{k/2}} = \sum_q \frac{\sigma_q^k}{\left[\sum_q \sigma_q^2\right]^{k/2}} \gamma_{kq} \;. \tag{31}$$

Коефіцієнт модуляції в смузі частот при підсумовуванні шумів зменшується також відповідно відношенню дисперсій доданків:

$$m_F = m_z \frac{\sigma_z^2}{\sigma_F^2} \;. \tag{32}$$

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

Цей результат випливає з аналізу виразу, що описує адитивний процес $F(t)$ у вигляді нового модульованого процесу, утвореного підсумовуванням модульованого процесу $z(t)$ і немодульованого процесів, представлених складовою $N(t)$:

$$F(t) = (1 + m_F x_t) y_t = (1 + m_z x_t)\eta(t) + N(t), \tag{33}$$

де m_F – коефіцієнт модуляції сумарного процесу $F(t)$.

Переходячи до дисперсії лівої і правої частин виразу (33) і вважаючи, що складові в (27) представлені стаціонарними модулями, отримуємо

$$(1 + m_F x_t)^2 \sigma_y^2 = (1 + m_z x_t)^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_N^2, \tag{34}$$

звідки випливають дві умови еквівалентності модульованих процесів:

$$\sigma_y^2 = \sigma_\eta^2 + \sigma_N^2;\ m_F \sigma_y^2 = m_z \sigma_\eta^2. \tag{35}$$

Із останнього отримаємо формулу (32). Для суми залежних процесів в загальному випадку кумулянти визначаємо за формулою [4]:

$$\chi_k^{(\Sigma)} = \sum_{l_1+l_2+....=k} \frac{k!}{l_1! l_2! ... l_N!} \left\langle \xi_1^{[l_1]} \xi_2^{[l_2]}, ..., \xi_N^{[l_N]} \right\rangle, \tag{36}$$

де підсумовування йде по всіх l, але так, щоб виконувалася умова $l_1 + l_2 + \ldots + l_N = k$.

Бачимо, що для адитивності дисперсій достатні лише некорельовані доданки.

Коефіцієнт модуляції суми відфільтрованих шумів визначається ступенем корельованості r підсумовуваних шумів і при $r \approx 1$ маємо $m_\Sigma \approx m_i$, а при $r<1$ отримаємо $m_\Sigma < m_i$ (де m_i – коефіцієнт модуляції доданків).

Класифікація процесів за статистичними характеристиками і їх частотною залежністю. Ймовірнісні моделі процесів включають в себе як математичне визначення зв’язку різних елементарних процесів, так і ймовірні характеристики параметрів елементарних процесів. В результаті з однієї і тієї ж множини реалізацій можна набрати різні складові реалізацій, що утворюють моделі випадкових процесів різних класів.

Отримані результати дозволяють розглянути наступну класифікацію процесів, якщо обмежитись стаціонарними моделями описаних вище процесів:

– за видом і рівнями згладженого (за частотою) енергетичного спектра;

– за видом і параметрами складових дискретного спектра (частотою, амплітудою, наявністю частотної або амплітудної модуляції);

– за залежністю від частоти коефіцієнтів ексцесу;

– за наявністю модуляції, залежно від частоти і параметрів модулюючої функції.

Таким чином, можна відрізняти негауссівський шум від гауссівського за наявністю ненульових коефіцієнтів ексцесу і виділити ці шуми з числа інших процесів за відсутністю дискретних складових в їх спектрі і в спектрі обвідної. Коефіцієнт ексцесу може служити також ознакою, що дозволяє встановити наявність модуляції в окремих ділянках спектра ($\gamma_4 < 0$) або модуляції ($\gamma_4 > 0$) без виконання спектрального аналізу. Складні адитивно-мультиплікативні процеси, що містять складові відмінного

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

класу, мають складну частотну залежність статистичних характеристик. Так, суднові шуми і вібрації містять, як правило, дискретні складові на низьких частотах і модульовані шуми на вищих звукових частотах.

Це призводить до частотної залежності коефіцієнта ексцесу: $\gamma_4(\omega) < 0$ на низьких та $\gamma_4(\omega) > 0$ на високих частотах, до частотної залежності коефіцієнта модуляції – зростання рівня модуляції шуму на високих частотах. Виконаємо аналіз властивостей розглянутих моделей випадкових процесів на підставі табл. 1, в якій для порівняння наведені параметри, які характеризують різні процеси в теорії та при експериментальних дослідженнях. Нелінійне перетворення гауссівського шуму відрізняється ненульовими значеннях кумулянтів вищих порядків, за якими на практиці визначають у смугах частот коефіцієнт ексцесу γ_4.

Друга модель, заснована на використанні гауссівского шуму, – модульований шум. Як в теорії, так і на практиці додатковими характеристиками цього процесу є коефіцієнти ексцесу γ_4 в смугах частот, що дають інтегральну характеристику ефекту модуляції.

Конкретні значення парціальних коефіцієнтів модуляції m_k характеризують періодичну модулюючу функцію, представляючи її рядом Фур'є.

Синус з випадковою початковою фазою є найпростішою моделлю, яка характеризується амплітудою A та частотою ω, як в теорії, так і на практиці.

Таблиця 1

Статистичні характеристики та параметри реальних фізичних процесів, які подаються різними математичними моделями

Моделі процесів	Характеристики та параметри	
	Теорія	Експеримент
Гауссівський стаціонарний шум	M_1, $R(\tau)$, $G(\omega)$	$G(\omega)$
Негауссівський стаціонарний шум	M_1, $R(\tau)$, $G(\omega)$, γ_3 , γ_4 , ..., γ_s	$G(\omega)$, γ_4
Модульований шум (періодична модуляція)	M_1, $R(\tau)$, $G(\omega)$, γ_4, m_k	$G(\omega)$, γ_4, m_k
Синус з випадковою початковою фазою	A, ω	A, ω
Імпульсний стаціонарний пуассонівський процес	n_0 , $F(t)$	$G(\omega)$
Імпульсний модульований процес	$n_0(t)$, $F[\lambda(t)]$	$G(\omega)$, γ_4, $m_A(\omega)$, $m_{чм}(\omega)$

Висновки

1. Вібрації суднових машин та механізмів можуть бути представлені в загальному вигляді за допомогою адитивно-мультиплікативної моделі вібрації.

2. Розглянуті вище моделі доцільно та раціонально використовувати при вібродіагностуванні суднових машин і механізмів.

3. При проведенні експериментальних досліджень для виявлення діагностичних ознак різних дефектів суднового обладнання доцільно мати пакет комп'ютерних програм, які дозволяють проводити спектральний аналіз вібрації, спектральний аналіз обвідної складової, та пакет статистичної обробки результатів вимірювань вібрації.

Список використаної літератури

1. Барков А. В., Баркова Н. А. Вибрационная диагностика машин и оборудования. Анализ вибрации. СПб: СПбМТУ, 2004. 156с.
2. Барков А. В., Баркова Н. А., Азовцев А. Ю. Мониторинг и диагностика роторных

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7

машин по вибрации. СПб.: СПбГМТУ, 2012. 159 с.
3. Петрухин В. В., Петрухин С. В. Основы вибродиагностики и средства измерения вибрации. Вологда: Инфра-Инженерия, 2010. 168 с.
4. Костюков В. Н., Науменко А. П. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин. Омск: Издательство ОмГТУ, 2011. 360 с.
5. Голдин А. С. Вибрация роторных машин. М.: Машиностроение,1999. 344 с.

References

1. Barkov, A. V., & Barkova, N. A. (2004). Vibratsionnaya diagnostika mashin i oborudovaniya. Analiz vibratsii. SPb: SPbMTU.
2. Barkov, A. V., Barkova, N. A., & Azovtsev, A. Yu. (2012). Monitoring i diagnostika rotornyih mashin po vibratsii. SPb.: SPbGMTU.
3. Petruhin, V. V., & Petruhin, S. V. (2010). Osnovyi vibrodiagnostiki i sredstva izmereniya vibratsii. Vologda: Infra-Inzheneriya.
4. Kostyukov, V. N., & Naumenko, A. P. (2011). Osnovyi vibroakusticheskoy diagnostiki i monitoringa mashin. Omsk: Izdatelstvo OmGTU.
5. Goldin, A. S. (1999). Vibratsiya rotornyih mashin. M.: Mashinostroenie.

https://doi.org/10.32782/2618-0340/2019.2-2.7