

УДК 004.986

<https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2020.1.1.19>

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

І.В. ДОРОВСЬКА

Європейський університет

ORCID: 0000-0001-5990-0992

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

ОЦІНКА ПОДІБНОСТІ СИТУАЦІЙ В СЦЕНАРНО-ПРЕЦЕДЕНТНИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ: ПРОСТОРОВІ МІРИ

У статті розглянуто питання оцінки просторової подібності ситуацій в сценарно-прецедентних системах управління великими групами безпілотних апаратів. Досліджено існуючі підходи обчислювальної геометрії до визначення мір просторової подібності, проведено аналіз їх особливостей. Запропоновано теоретичний підхід до оцінювання просторової подібності, що заснований на поданні просторових конфігурацій у вигляді шаблонів та застосуванні мір несхожості, які визначають ступінь їх розбіжності, зворотний до ступеня подібності. Запропоновано дискретизовану просторову модель, основою якої є куля з нескінченим радіусом та кутова система координат. На основі просторової моделі побудовано нелінійну м'яку топологію відкритої кулі, яку застосовано для подальшого визначення несхожості шляхом вимірювання метричної відстані між топологією шаблону та топологією зразка. Використано метод оцінки об'єму симетричної різниці шаблонів. Запропонований метод є інваріантним до можливих перетворень шаблонів за допомогою обертання або масштабування, що зберігають об'єм. Враховано наявність зон, що розбивають просторову конфігурацію відповідно до ступеня впливу з міркувань безпеки руху. Враховано часткову просторову схожість щодо вкладених або підпорядкованих частин просторової конфігурації. Запропонований метод може використовуватися для визначення ступеня подібності просторових шаблонів, поданих у вигляді топологій, безвідносно до конкретного класу цих топологій, використовуючи операції віднімання топологій. Результати дослідження дозволяють використовувати сценарно-прецедентний підхід при вирішенні важкоформалізованих задач управління великими групами безпілотних апаратів.

Ключові слова: міра подібності, просторова подібність, просторова модель, м'яка топологія, шаблон, об'єм симетричної різниці.

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

І.В. ДОРОВСЬКА

Європейський університет

ORCID: 0000-0001-5990-0992

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

ОЦЕНКА ПОДОБИЯ СИТУАЦИЙ В СЦЕНАРНО-ПРЕЦЕДЕНТНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ: ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МЕРЫ

В статье рассмотрены вопросы оценки пространственного подобия ситуаций в сценарно-прецедентных системах управления большими группами беспилотных аппаратов. Исследованы существующие подходы вычислительной геометрии к определению мер пространственного подобия, проведен анализ их особенностей. Предложен теоретический подход к оценке пространственного подобия, основанный на представлении пространственных конфигураций в виде шаблонов и применении мер несхожести, определяющих степень их отличия, обратную степени подобия. Предложена дискретизированная пространственная модель, в основе которой лежит шар с бесконечным радиусом и

угловая система координат. На основе пространственной модели построена нелинейная мягкая топология открытого шара, которая применяется для дальнейшего определения несхожести измерением метрического расстояния между топологией шаблона и топологией образца. Использован метод оценки объема симметричной разницы шаблонов. Предложенный метод является инвариантным к возможным преобразованиям шаблонов с помощью вращения или масштабирования, которые сохраняют объем. Учтено наличие зон, которые разбивают пространственную конфигурацию в соответствии со степенью воздействия на безопасность движения. Учтено частичное пространственное подобие по вложенным или подчиненным частям пространственной конфигурации. Предложенный метод может использоваться для определения степени подобия пространственных шаблонов, представленных в виде топологий безотносительно конкретного класса этих топологий, используя операции их вычитания. Результаты исследования позволяют использовать сценарно-прецедентный подход при решении трудноформализуемых задач управления большими группами беспилотных аппаратов.

Ключевые слова: мера подобия, пространственное подобие, пространственная модель, мягкая топология, шаблон, объем симметричной разности.

V.G. SHERSTJUK

Kherson National Technical University

ORCID: 0000-0002-9096-2582

I.V. DOROVSKA

European University

ORCID: 0000-0001-5990-0992

R.N. LEVKIVSKYI

Kherson State Maritime Academy

ORCID: 0000-0001-9280-8098

V.N. GUSEV

Kherson State Maritime Academy

ORCID: 0000-0001-7775-2276

ASSESSMENT OF SITUATION SIMILARITY IN SCENARIO-CASE CONTROL SYSTEMS: SPATIAL MEASURES

This paper discusses the issues of assessing the spatial similarity of situations in scenario-case control systems for large groups of unmanned vehicles. The existing computational geometry approaches to the determination of spatial similarity measures are investigated, and their features are analyzed. A theoretical approach to the spatial similarity assessment is proposed, based on the representation of spatial configurations in the form of patterns and the application of dissimilarity measures that determine their divergence degree opposed to the similarity degree. A discretized spatial model is proposed, which is based on a sphere with an infinite radius and an angular coordinate system. Based on the spatial model, a nonlinear soft open-ball topology is constructed, which is used to further determination of the dissimilarity by measuring the metric distance between the pattern topology and the sample topology. The method of estimating the volume of the symmetric difference is used. The proposed method is invariant to possible transformations of patterns by rotation or scaling, which keep their volume. The presence of zones breaking down the spatial configuration in accordance with the degree of impact to the safety conditions is considered. Partial spatial similarity is taken into account for certain nested or subordinate parts of the spatial configuration. The proposed method can be used to determine the similarity degree of spatial patterns presented in the form of topologies regardless of the specific topology classes using the operations of their subtraction. The results of the research make it possible to use a scenario-case approach in solving hard control tasks for large groups of unmanned vehicles.

Keywords: similarity measure, spatial similarity, spatial model, soft topology, pattern, volume of symmetric difference.

Постановка проблеми

Прогрес останніх років у сферах створення та застосування безпілотних апаратів призвів до їх використання не тільки поодиноці, але і у складі великих груп для вирішення низки важливих задач реального часу. Для їх вирішення почали використовувати гетерогенні групи (ансамблі) безпілотних апаратів, які мають не тільки різний розмір, функціональне призначення та ролі, а й різні середовища руху. Наприклад, до вирішення задачі інтелектуального, або смарт-рибальства, можуть спільно використовуватися групи безпілотних літальних апаратів для пошуку рибних зграй, групи безпілотних підводних апаратів для ідентифікації риб в зграях, їх спрямування та супроводження, групи безпілотних катерів у якості носіїв риболовних знарядь тощо. Надалі будемо розглядати будь-які безпілотні апарати (БА) як рухомі об'єкти (РО) безвідносно їх середовища руху.

Зрозуміло, що одночасне використання множини БА різного призначення, які функціонально доповнюють друг друга, дозволяє значно ефективніше вирішувати їх спільне завдання. Кожен із БА у спільному виконанні певної місії має грати свою певну роль, маючи власний сценарій та відпрацьовуючи його у складі великої команди [1]. Однак, виконання місії передбачає і спільний одночасний рух у певному обмеженому просторі, що є відкритим для будь-яких інших РО (пілотованих або непілотованих), які можуть збурювати не тільки рух одного або декількох БА, а і виконання їх місії. Наприклад, при здійсненні смарт-рибальства вторгнення сторонніх РО може вимагати зміни траєкторій руху всієї групи БА, що не є простою задачею через вимоги безпечного руху, дистанції впевненого зв'язку, використання рибальських знарядь тощо. Взагалі, задача динамічного управління траєкторіями ансамблю БА є доволі складною, оскільки БА мають певні відмінності в законах і особливостях руху, який до того ж є обмеженим у просторі та схильним до впливу динамічних і ситуаційних збурень різної природи.

Недосконалість моделей РО та обмеженість моделей управління ними, значний простір рішень, суттєвий вплив факторів невизначеності та багато інших факторів стримують використання традиційних методів управління. Велика кількість БА, що одночасно рухаються, та складність формалізації знань унеможливають також використання методів, заснованих на алгоритмах перебору. Це спричиняє необхідність застосування інтуїтивно-евристичних підходів, заснованих на принципах прийняття рішень в схожих ситуаціях на основі накопиченого досвіду та логіки «здорового глузду», до яких відносять і сценарно-прецедентний підхід [2]. Цей підхід значною мірою ґрунтується на знаходженні подібних ситуацій, які мали місце в минулому, утворюючи прецедент, який збережено в базі прецедентів. За такого підходу, для керування рухом ансамблю БА має бути визначена певна функція подібності, що використовується для пошуку прецедентів та враховує при цьому просторовий аспект ситуації. Проте, міри просторової подібності опрацьовані недостатньо, а проблема їх використання для сценарно-прецедентного керування рухом БА є ще далекою від свого вичерпного рішення. Отже, актуальною задачею є дослідження мір і функцій просторової подібності, що можуть бути ефективно використані для пошуку прецедентів у сценарно-прецедентних системах керування рухом БА.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість із запропонованих на цей час мір просторової подібності стали результатом досліджень різних аспектів руху. Це пов'язано з тим, що траєкторія будь-якого об'єкту розглядається як послідовність впорядкованих за часом координат точок [3] або як множина точок, що складають статичну геометричну форму без врахування часового виміру [4]. Виходячи з цього, для визначення просторової подібності зазвичай використовують геометричні методи.

Геометричні методи працюють з кінцевими множинами точок або багатокутниками, які можуть бути отримані на підставі векторного подання об'єктів [5]. При розробці переважної більшості алгоритмів пошуку просторової подібності використовуються методи обчислювальної геометрії, в першу чергу методи співставлення фігур, що вимірюють відстань між двома фігурами безвідносно їх можливих перетворень на кшталт обертання або масштабування. Для обчислення відстані між фігурами в обчислювальній геометрії використовуються різні міри геометричної подібності, базовими з яких є міри, засновані на співставленні, на обчисленні симетричної різниці, на метриках «найвужчої» відстані, відстані Хаусдорфа та відстані Фреше [6]. Переважна більшість досліджень просторових функцій подібності зосереджені на розробці ефективних алгоритмів для прискорення обчислення саме цих базових мір.

Розглянемо дві множини точок A і B , що утворюють дві геометричні фігури, які надалі будемо розглядати як певні геометричні шаблони. Міру подібності будемо розглядати як функцією, що присвоює кожній парі шаблонів невід'ємне дійсне число. Типовим алгоритмом знаходження міри подібності двох шаблонів є алгоритм пошуку деякого геометричного перетворення g , такого що $g(A)=B$ [7].

Міри, засновані на співставленні, розглядають A і B як кінцеві підмножини \check{Y}^k , а групу перетворень G як таку, що складається з Евклідових ізометрій на \check{Y}^k . Тоді дискретну метрику C визначають як

$$C(A, B) = \begin{cases} 0 & \text{якщо } A=B \\ 1 & \text{у іншому разі} \end{cases}.$$

Точне співставлення A і B у межах групи G може бути зведено до обчислення мінімального значення $C(g_i(A), B)$ з усіх перетворень $g_i \in G$. Результат суміщення A і B проектується на одиничну сферу в \check{Y}^k , а кожна проєктована точка позначається міткою її відстані від початкової точки. Алгоритм працює шляхом співставлення відповідних помічених точок підмножин A і B [8], і знаходить збіг лише в тому випадку, коли A і B за допомогою низки геометричних перетворень можуть бути зведені до тотожності, тому його практичне використання є доволі обмеженим.

Відстань найвужчого місця між двома кінцевими множинами точок, що мають рівне кардинальне число, є мінімумом з усіх бієкцій між цими множинами за максимальною відстанню між кожними двома точками, які пов'язані бієкцією [9]. Нехай A і B – кінцеві підмножини певного простору X з метрикою ρ , які мають однакові кардинальні числа. Нехай $F(A, B)$ – множина всіх бієкцій від A до B . Тоді для будь-яких $a \in A$, $b \in B$ найвужчу відстань b_ρ щодо ρ визначають як $b_\rho(A, B) = \min_{f \in F(A, B)} \max_{a \in A} \rho(f(a), a)$. Приблизний збіг може бути встановлений лише якщо між точками A і B існує бієкція [10].

Відстань Хаусдорфа є найбільш дослідженою мірою подібності в обчислювальній геометрії [11]. Для двох компактних множин точок A і B , що утворюють дві геометричні фігури (або криві), відстань Хаусдорфа на основі метрики ρ визначають як $D_H^*(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \rho(a, b)$. Якщо ρ є евклідовою метрикою, відстань Хаусдорфа відповідає максимуму мінімальних евклідових відстаней між кожною з точок множини A до відповідної точки множини B , тож односторонню відстань Хаусдорфа від A до B обчислюють як $D_H^*(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|$, де $\|\cdot\|$ – евклідова метрика. Двостороння відстань Хаусдорфа визначається як найбільша з двох односторонніх, тобто $D_H(A, B) = \max(D_H^*(A, B), D_H^*(B, A))$. Алгоритм є неефективним, якщо A й B є суцільними кривими або складаються з відрізків ліній. Відстань Хаусдорфа не враховує інформацію про впорядкування кривих та є занадто чутливою до шуму, оскільки значення відстані визначається точкою "найгіршого узгодження".

Відстань Фреше є мірою подібності між двома кривими, яка не залежить від їх параметризації. Криву розглядають як неперервну функцію від інтервалу $[0, 1]$ в топологічний простір X . Нехай X – простір з метрикою ρ , а Hom – сукупність гомоморфізмів з $[0, 1]$ на себе, таких що $\sigma, \tau \in Hom$ якщо $\sigma, \tau: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Відстань Фреше між двома кривими α і β , такими що $\alpha, \beta: [0, 1] \rightarrow \check{Y}^k$, визначається на підставі ρ як $D_F(\alpha, \beta) = \inf_{\sigma, \tau \in Hom} \max_{t \in [0, 1]} \rho(\alpha(\sigma(t)) - \beta(\tau(t)))$. Відстань Фреше є інтуїтивно більш зрозумілою, ніж попередні міри. Вона є кращою за відстань Хаусдорфа з точки зору визначення подібності фігур, оскільки враховує впорядкування точок, пройдених кривими.

Міра симетричної різниці може розглядатися як міра подібності щодо певного зразка [12]. Він визначається на колекції вимірюваних підмножин Лебега з \check{Y}^k , де симетрична різниця $A \Delta B$ двох множин A і B обчислюється як об'єднання двох різниць множин, відповідно $A - B$ та $B - A$. Нехай k -розмірний об'єм підмножини $P \subseteq \check{Y}^k$ є $\text{vol}(P)$, тоді об'єм симетричної різниці визначається як $s(A, B) = \text{vol}(A \Delta B)$, та є метрикою на колекції компактних підмножин \check{Y}^k , що дорівнюють внутрішньому замиканню. Симетрична різниця дає доволі надійну міру подібності, оскільки додавання малих шумових областей практично не впливає на неї. Алгоритми мінімізації обсягу симетричної різниці ефективні лише для опуклих випадків.

Отже, кожна з існуючих мір просторової подібності має свої переваги та одночасно і суттєві обмеження, що стримує їх практичне використання у сценарно-прецедентних системах, де РО утворюють геометричні шаблони, подані точками, що відповідають позиціям РО у просторі на момент розгляду. Вони не мають бути тотожними до прецедентів, утворювати криві або будь-які геометричні фігури, мати опуклості тощо. Але, використання інструментальних засобів спостереження за навігаційною ситуацією спричиняє шумові ефекти, які потрібно враховувати. Таким чином, потрібно комбінувати, наприклад, міру симетричної різниці та відстань Хаусдорфа таким чином, щоб отримати ефективну просторову міру подібності, малочутливу до можливих шумів.

Мета дослідження

РО будемо розглядати як певну геолокалізовану сутність, положення якої з часом змінюється. Будемо вважати, що кожний БА займає в певний момент часу певну позицію в заданому тривимірному просторі, що подається його декартовими (x, y, z) координатами. Рух БА за певний проміжок часу може бути поданий його траєкторією, тобто геопросторовим ланцюжком позицій БА, упорядкованих за часом.

Метою дослідження є побудова функції подібності, яка враховуватиме просторовий аспект ситуації, в тому числі множину РО, що утворюють просторову конфігурацію, та їх відносне розташування. Оскільки двох абсолютно однакових ситуацій ніколи не буває, потрібно обчислювати ступінь їх схожості μ , що визначає, наскільки дві можливі ситуації S_1 і S_2 нагадують одна одну: $F(S_1, S_2) \rightarrow \mu$. В цій статті розглянемо просторову подібність ситуацій на основі методів обчислювальної геометрії. Для визначення ступеня схожості будемо використовувати зворотній йому ступінь несхожості, що визначається як вартість перетворення ситуації S_1 в S_2 (або навпаки), тобто як певна «відстань» $D(S_1, S_2)$ між двома ситуаціями.

Викладення основного матеріалу дослідження

Визначення псевдометричного простору. Розглянемо довільну множину S , міра подібності ρ на якій є функцією $\rho: S \times S \rightarrow \mathbb{R}$, що повертає значення ≥ 0 і має властивості: а) $\forall x \in S \rho(x, x) = 0$; б) $\forall x, y \in S, x \neq y \rho(x, y) > 0$; в) $\forall x, y \in S, x \neq y \rho(x, y) = \rho(y, x)$; г) $\forall x, y, z \in S \rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z)$; д) $\forall x, y, z \in S \rho(x, z) \leq \max(\rho(x, y), \rho(y, z))$. Якщо функція задовольняє умовам а)-г), вона є метрикою. Якщо функція задовольняє лише умовам а), в), г), вона є псевдометрикою.

Пара (S, ρ) утворює метричний простір, якщо ρ є метрикою, і псевдометричний простір, якщо ρ є псевдометрикою. На Евклідовій площині, що утворюється будь-якими двома координатами k -вимірному простору, $\rho(x, y) = |x - y|$ є псевдометрикою, що забезпечує структуру підлеглої множини. Псевдометричний простір є випадком більш загальних просторів, таких як топологічний простір [13], а відповідна топологія є псевдометричною топологією. Надалі будемо розглядати лише ті топологічні властивості, які індукуються псевдометриками.

Топологія, що індукується псевдометрикою, визначається наступним чином. У псевдометричному просторі (S, ρ) відкрита куля $B_\rho(x, \varepsilon)$ з центром x і радіусом ε є множиною всіх елементів $y \in S$, для яких $\rho(x, y) \leq \varepsilon$. Колекція всіх відкритих куль є основою псевдометричної топології для (S, ρ) . Евклідова метрика індукує звичайну топологію на \mathbb{R}^k . Множина є відкритою у цій топології тоді і лише тоді, коли її можливо подати як об'єднання евклідових куль.

Розбиття множини S є сукупністю непересічних підмножин, об'єднання яких дорівнює S . Нехай Σ є таким розбиттям S , що не містить порожніх множин. Тоді псевдометрика ρ на Σ утворює міру подібності ρ^Σ , визначену на $P, Q \in \Sigma$ як $\rho^\Sigma(P, Q) = \inf \{ \rho(p, q) \mid p \in P, q \in Q \}$. Розбиття множини є тісно пов'язаним з відношенням еквівалентності.

Відношення \mathfrak{R} є відношенням еквівалентності на Σ , якщо воно задовольняє наступним умовам: а) $\forall x \in \Sigma (x, x) \in \mathfrak{R}$; б) $\forall x, y \in \Sigma (x, y) \in \mathfrak{R} \leftrightarrow (y, x) \in \mathfrak{R}$; в) $\forall x, y, z \in \Sigma (x, y) \in \mathfrak{R} \wedge (y, z) \in \mathfrak{R} \leftrightarrow (x, z) \in \mathfrak{R}$. Клас еквівалентності x / \mathfrak{R} , визначений елементом $x \in \Sigma$, є сукупністю всіх $y \in \Sigma$, що задовольняють умові $(x, y) \in \mathfrak{R}$. Тож колекція всіх класів еквівалентності є розбиттям, яке складається з непорожніх множин.

Ідентифікація точок з нульовою відстанню призводить саме до відношення еквівалентності. З огляду на псевдометрику ρ на Σ , відповідне відношення еквівалентності I_ρ складається з усіх пар $(x, y) \in \Sigma \times \Sigma$ для яких $\rho(x, y) = 0$. Позначимо як I_Σ розбиття Σ , що індуковане відношенням I_ρ . Тоді, якщо ρ – це псевдометрика, то міра подібності ρ^{I_Σ} є метрикою на I_Σ , а ρ^{I_Σ} є метричним фактором міри ρ .

Визначення псевдометричного простору шаблонів. Розглянемо особливий тип псевдометричного простору, в якому елементи є підмножинами заданого простору X .

Псевдометричний простір зразків є структурою (X, \mathcal{P}, ρ) , де X – топологічний простір, \mathcal{P} – сукупність підмножин X , а ρ – псевдометрика. Елементи \mathcal{P} називаються шаблонами, а колекція \mathcal{P} є колекцією шаблонів. Множина X є підлеглим (базовим) простором, тому якщо на ньому визначено певну метрику, вона є базовою метрикою, яку в загальному випадку позначають символом \wp .

Нехай (X, \wp) – певний псевдометричний простір, а \mathcal{P} – сукупність непустих замкнених підмножин X . Нехай $N_\wp(P, \varepsilon)$ є об'єднанням усіх відкритих куль з радіусом ε , відцентрованих в точках з множини P , де кулі визначені відносно метрики \wp . Метрика Хаусдорфа D_{N_\wp} на \mathcal{P} з базовою метрикою \wp визначається як $D_{N_\wp}(A, B) = \inf \{ \varepsilon > 0 \mid A \subseteq N_\wp(B, \varepsilon), B \subseteq N_\wp(A, \varepsilon) \}$. Структура $(X, \mathcal{P}, D_{N_\wp})$, відповідно, є метричним простором шаблонів.

Розглянемо задачу визначення міри подібності, виходячи з наступних міркувань. В процесі руху множини РО утворюється певна просторова конфігурація (рис. 1), що є статичним описом ситуації S .

Така конфігурація у термінах даної роботи є геометричним шаблоном. Будемо вважати, що шаблон (просторова конфігурація) може бути поданий у вигляді певної топології у просторі спільного руху РО. Сховище прецедентів містить певну множину просторових зразків, які також можуть бути подані як шаблони. Отже, пошук релевантного прецеденту для ситуації S може проводитись на підставі функції, що приймає два описи просторової конфігурації у вигляді шаблонів та повертає ступінь їх подібності.

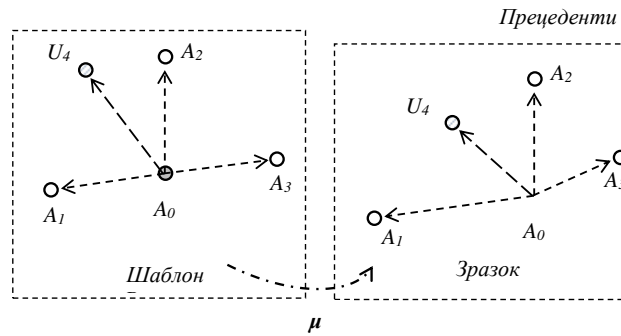


Рис. 1. Визначення просторової подібності шаблонів

Побудова просторової моделі. Розглянемо тривимірний лінійний рівномірний простір C . Нехай Y – множина певних елементів, а T – множина відрізків часу t , впорядкованих відношенням повного порядку $<_T$ з початковим відрізком t_0 . Запровадимо в C норму $\|y\|_C = \min_{t \in [0, T]} (y(t))$, де $y \in Y$, $t \in T$ та відповідну їй метрику $\xi_C(y_1, y_2) = \|y_1 - y_2\|$, таку що: а) $\xi_C(y_1, y_2) = \|y_1 - y_2\| = 0 \Leftrightarrow y_1 = y_2$; б) $\xi_C(y_1, y_2) = \|y_1 - y_2\| = \|y_2 - y_1\| = \xi_C(y_2, y_1)$; в) $\xi_C(y_1, y_2) = \|y_1 - y_2\| = \|(y_1 - z) - (z - y_2)\|$, $\|y_1 - z\| + \|z - y_2\| = \xi_C(y_2, y_1)$; г) $\xi_C(y_1, y_2) = \xi_C(y_1 + a, y_2 + a)$; д) $\xi_C(\lambda y_1, \lambda y_2) = |\lambda| \cdot \xi_C(y_1, y_2)$.

Визначимо базис e_1, e_2, e_3 в просторі C так, щоб метрика ξ_C залишалась рівномірною. Отже, декомпозиція вектору $v = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3$ дає координати $v(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ певної точки простору C , що дає опис позиції РО. Наразі, ми отримуємо безперервну просторову модель на рівні точок. В системі координат саме цієї моделі ми отримуємо інформацію спостереження за рухом РО. Однак, безперервну просторову модель доволі складно використати для визначення функцій просторової подібності через її високу обчислювальну складність, для зменшення якої просторову модель потрібно дискретизувати.

Використовуючи метрику ξ_C , накладемо метричну сітку координатних ліній розміром $\delta = \Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = \Delta\alpha_3$ на простір C з початковою точкою $(\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0)$ так, щоб координатні лінії утворили множину D ізометричних кубічних комірок d розміром $\delta \times \delta \times \delta$. Отже, отримуємо простір, дискретизований решіткою $D = \{d_{xyz}\}$, комірки якої d_{xyz} є найменшими однорідними просторовими об'єктами, координати яких x, y, z відповідають e_1, e_2, e_3 .

Побудова топології відкритого кола. Виберемо позицію спостерігача та наділимо її властивостями початку координат. Побудуємо навколо цієї позиції кулю $V \subseteq C$ з нескінченим радіусом та визначимо кутову систему координат, як показано на рис. 2. Відповідно, координати певного РО A можуть бути визначені як $Crd(A) = (\beta_1, \beta_2, r)$, де β_1 – широта, β_2 – довгота, r – відстань від початку системи координат до позиції РО.

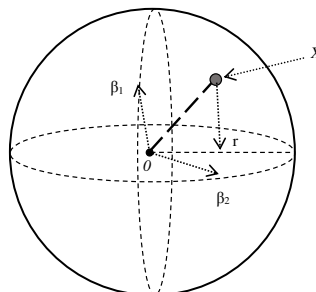


Рис. 2. Кутові координати на кулі з нескінченим радіусом

Створимо метрику ξ_B в системі кутових координат з властивостями, подібними до ξ_C , за допомогою ізометричної бієкції $\chi: \xi_C \rightarrow \xi_B$. Таким чином, $\chi: v(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \rightarrow Crd(\beta_1, \beta_2, r)$, тобто ми можемо перейти від координат простору спостереження C до кутових координат в побудованій нами кулі V .

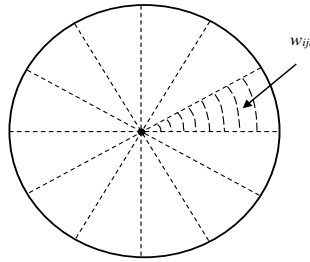


Рис. 3. Дискретизація кулі з нескінченим радіусом

Побудуємо дискретну модель кулі, використовуючи метрику ξ_B та відображення φ , накладемо кутову сітку координатних ліній з рівними кутами та рівними відрізками радіусу кулі $\phi = \Delta\beta_1, \Delta\beta_2, \Delta r$ на кулю V з начальною точкою $Crd(0,0,0)$ так, щоб координатні лінії утворили множину W комірок w (рис. 3).

Отже, ми отримали дискретизовану кулю $W = \{w_{ijk}\}$, комірки якої w_{ijk} є найменшими секторами кулі V з кутовими координатами i, j, k . Комірки є однорідними об'єктами щодо їх внутрішнього наповнення. Очевидно, що дискретизація кулі V множиною комірок W утворює топологічний простір $\mathcal{T}_V^W = (V, Def(W))$, якщо комірки кожної з пар (w_i, w_m) є внутрішньо однорідними та непересічними, тобто $\forall l, m w_l \cap w_m = \emptyset$, а їх об'єднання повністю покриває кулю V , так що $V = \cup_{w_i \in W} w_i$. Отримана топологія $Def(W)$ є нелінійною, оскільки чим далі від центру кулі, тим більшим є об'єм кожної наступної комірки.

Побудова м'якої топології відкритого кола. Нехай $Y = \{y_i\}_{i=0}^k$ – множина з $k+1$ можливих станів комірок $w_{ijk} \in W$. Наприклад, стан y_0 відповідає «пустій» комірниці, що не містить ніяких об'єктів, y_1 – комірниці, що містить певну перепону для руху, y_2 – комірниці, що є цільовою для руху БА, y_3 – комірниці, що містить «свій» РО, тобто такий, який належить до власної групи БА, та y_4 – комірниці, що містить «чужий» РО, який не належить до власної групи БА. Таким чином, підмножина станів $\{y_1, y_2, y_3, y_4\} \in Y$ відносить відповідні комірки до категорії «зайнятих», а $y_0 \in Y$ – до категорії «вільних для руху».

Будемо вважати, що множина W є універсальною, а множина Y є множиною параметрів. Пара (Y, Y) утворює м'яку множину комірок на W , якщо Υ є відображенням Y на множину всіх підмножин множини W , $\Upsilon: y_i \rightarrow 2^W$ [14]. Іншими словами, м'яка множина є параметризованим сімейством підмножин множини комірок W . Певна множина (Y, y_i) , $y_i \in Y$ з цього сімейства може розглядатися як множина y_i -апроксимованих елементів м'якої множини [15], або y_i -елементом м'якої множини, позначеним як Υ_i . Таким чином, універсальна множина W може бути подана м'якою множиною (Y, Y) , що є об'єднанням всіх k своїх y_i -елементів, де $\Upsilon = \cup \{\Upsilon_i\}_{i=1}^k$, таких що утворюють безліч пар $\Upsilon_i = \{(\Upsilon, y_i): y_i \in Y, (\Upsilon, y_i) \in 2^W\}$. М'яку множину асоціюють з множиною класів еквівалентності, що індуковані відношенням нерозрізненості. Ми можемо визначити відношення y_i -нерозрізненості на множині комірок W як $(\forall y_i \in Y) \mathfrak{R}_W^{y_i} = \{(w_m, w_n) \in W \times W \mid y_i(w_m) = y_i(w_n)\}$. Кожний y_i -елемент м'якої множини Υ_i є розбиттям множини комірок W на класи еквівалентності, наведені відношенням y_i -нерозрізненості $\mathfrak{R}_W^{y_i}$. Іншими словами, параметризоване сімейство підмножин множини W , яке утворює y_i -елемент множини Υ_i , є фактор-множиною $W / \mathfrak{R}_W^{y_i}$, що складається з усіх класів еквівалентності множини W , індукованих відношенням $\mathfrak{R}_W^{y_i}$. Тоді пара $apr_w = (W, \mathfrak{R}_W^{y_i})$ утворює простір апроксимації [16].

Нехай порожня множина \emptyset , універсальна множина W та елементи $W / \mathfrak{R}_W^{y_i}$ є елементарними множинами, кінцеве об'єднання одного або більше з яких є складеною множиною. Якщо сімейство всіх складених множин є $Def(apr_w)$, то простір апроксимації однозначно визначає топологічний простір $\mathcal{T}_W^{\mathfrak{R}_W^{y_i}} = (W, Def(apr_w))$. Відомо, що $Def(apr_w)$ є топологією на W , якщо його підмножини задовольняють

умовам [17]: а) $\emptyset \in Def(apr_w)$, $A \in Def(apr_w)$, б) $A, B \in Def(apr_w) \Rightarrow A \cap B \in Def(apr_w)$, в) $A, B \in Def(apr_w) \Rightarrow A \cup B \in Def(apr_w)$. Тож $Def(apr_w)$ є сімейством відкритих множин, $\mathcal{T}_w^{apw} = (W, Def(apr_w))$ – топологічним простором, а $A, B \in W$ – точками цього топологічного простору.

Відображення Υ у визначеній нами інтерпретації однозначно відносить кожному комірці універсальної множини W до певного y_i -елементу м'якої множини (Y, Y) . Якщо результати спостереження містять певну невизначеність, її можливо інтерпретувати через «впевненість» в тому, що комірка є вільною, або містить перешкоду чи РО. Для цього функцію Υ можливо подати як нечітку, так що $\tilde{\Upsilon}: y_i \rightarrow [0,1]$, де ступінь впевненості має область значень на інтервалі $[0,1]$. Відповідно, маємо послабити відношення $\mathfrak{R}_w^{y_i}$ до $\tilde{\mathfrak{R}}_w^{y_i}$, використовуючи відношення толерантності замість відношення еквівалентності. Тоді ми замість м'якої множини отримаємо нечітку м'яку множину комірок (\tilde{Y}, Y) . Надалі, задавши певний поріг відсікання $\tau \in [0,1]$, ми зможемо відсікти з розгляду всі ті комірки $w \in W$, щодо яких ступінь впевненості є нижчим за заданий поріг τ , тобто $\Upsilon_\tau(y_i) = \{w \in W : (\tilde{Y}, y_i)(w) \geq \tau\}$ [18]. Таким чином, кожний y_i -елемент (Y_τ, y_i) м'якої множини складається лише з тих комірок $w \in W$, для яких ступінь впевненості в тому, що їх стан є $y_i \in Y$, перевищує поріг τ . Відповідно, ми отримуємо простір апроксимації $apr_w = (W, \tilde{\mathfrak{R}}_w^{y_i})$ та нечітку м'яку топологію, яку й будемо використовувати для визначення просторової подібності. Це дасть нам можливість відфільтрувати шуми, створені під час спостереження.

Наразі, просторова конфігурація РО (шаблон), що описує поточну ситуацію S , може бути подана у вигляді нечіткої м'якої топології \mathcal{T}_s . Прецеденти, що накопичені у сховищі прецедентів (шаблони-зразки), можуть бути подані у вигляді безлічі м'яких топологій $\{\mathcal{T}_i\}_{i=1}^N$. Отже, нам необхідно знайти ступінь несхожості у вигляді метричної відстані (дистанції) між двома топологіями – описом геометричного шаблону просторової конфігурації та описом певного зразка \mathcal{T}_i зі сховища прецедентів.

Обчислення подібності двох топологій. Традиційні міри подібності, на кшталт відстані Фреше та метрики Хаусдорфа, визначаються на базовому просторі. Як наслідок, ці міри є інваріантними лише тоді, коли інваріантна базова метрика φ . Однак, у нашому випадку співвідношення шаблонів залежить від просторового масштабу, простіше – від розміру комірок. Більше того, шаблони, що становлять прецеденти, могли бути збережені в іншому масштабі та під іншим кутом розгляду, тоді для їх використання треба попередньо виконати масштабування та/або обертання шаблону. Для того, щоб міра подібності була інваріантна до подібних перетворень, будемо використовувати міри, засновані на обчисленні симетричної різниці топологій, що є інваріантними щодо дифеоморфізмів, які зберігають об'єм.

Відомо, що поняття довжини в одному вимірі, площі в двох вимірах та об'єму в трьох вимірах можна узагальнити до довільних розмірів: k -розмірний об'єм $\text{vol}(P)$ підмножини $P \in \check{Y}^k$ визначається як k -вимірна міра Лебега [19]. Це визначення k -мірного об'єму для k -простих в \check{Y}^k збігається з визначенням об'єму як детермінанта k -векторів.

Симетрична різниця $A \Delta B$ двох множин комірок A і B є об'єднанням множини всіх комірок у A , які не є в B , та множини всіх точок у B , які не є у A , тобто

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A). \tag{1}$$

Нехай $K^+(\mathcal{T}_s)$ – сукупність компактних підмножин \mathcal{T}_s з ненульовим об'ємом. Об'єм симетричної різниці для множин $A \in K^+(\mathcal{T}_s)$ та $B \in K^+(\mathcal{T}_s)$ може бути визначений як $\rho(A, B) = \text{vol}(A \Delta B)$, а її нормалізований варіант – як

$$\rho^*(A, B) = \text{vol}(A \Delta B) / \text{vol}(A \cup B). \tag{2}$$

Визначений на колекції компактних множин $K(\mathcal{T}_s)$, об'єм симетричної різниці не має властивості позитивності, а симетрична різниця двох топологій теж є топологією, що має кінцевий об'єм та зберігає нерівність $|\text{vol}(A) - \text{vol}(B)| \leq \text{vol}(A \Delta B)$ [20].

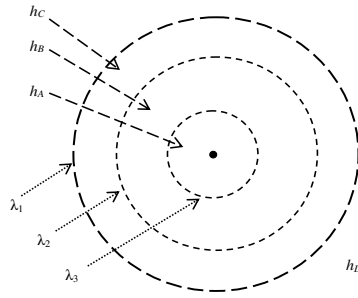


Рис. 4. Визначення просторових зон

Врахування просторових зон. Задамо множину граничних значень $\lambda = \{\lambda_0, \dots, \lambda_m\}$, так що для кожної пари РО (A, B) $\xi_B(A, B) = \|Crd(A) - Crd(B)\| \rightarrow \lambda$. На підставі граничних значень ми маємо обмежити кулю з нескінченим радіусом, подавши її як систему з $m+1$ вкладених куль V_m, \dots, V_0 з радіусами від λ_m до λ_0 з одним спільним центром у початку координат. Використовуючи таку систему вкладених куль, ми зможемо враховувати певні просторові зони, які визначаються умовами спільного руху РО. Наприклад, виходячи з параметрів руху РО, умовами уникнення зіткнень можуть бути визначені заборонені h_A , небезпечні h_B , обмежені h_C та вільні (необмежені) h_D , зони, що обмежені відповідними кулями з граничними лініями B_3, B_2, B_1 , які відповідають граничним значенням $\lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_0$ (рис. 4) [21].

Просторові зони мають певний вплив на подібність ситуацій в контексті просторової конфігурації. Частина кулі V , що лежить за межами зони h_D та відповідної граничної лінії λ_0 , може бути взагалі винесена за межі розгляду для зниження обчислювальної складності, тобто всі елементи топології, що знаходяться далі від центру кулі ніж λ_0 , можуть не враховуватися при підрахунку подібності. Для інших зон потрібно забезпечити зворотню пропорційність ступеня подібності від радіусу клітинки, бо по мірі того як об'єм клітинок збільшується по мірі їх віддалення від центру кулі за рахунок збільшення геометричних розмірів клітинок, їх вплив на оцінку ситуації (в т.ч. просторової конфігурації), навпаки, повинен зменшуватися, бо чим далі один РО знаходиться від іншого РО, тим меншу небезпеку він становить для останнього. Найбільший вплив на подібність ситуацій повинні мати клітинки, що належать до зони h_A , бо наявність РО в цій зоні створює критичну небезпеку, дещо менше – клітинки, що належать до зони h_B , ще менше – клітинки зони h_C , та майже не мають впливу клітинки зони h_D . Отже, необхідно враховувати цю залежність ступеня подібності від конфігурації просторових зон.

Вище ми параметризували сімейство y_i -підмножин множини W , яке утворює м'яку або нечітку м'яку множину комірок, що пов'язана з розбиттям комірок на класи еквівалентності за їх категорією. Для врахування розподілу комірок по відповідних зонах кулі V , необхідно виконати розбиття множини комірок W на зони відповідно до вкладених куль з радіусами λ_i . Проте, λ_i -апроксимація множини комірок W є більш складною, оскільки існує певна невизначеність щодо реальних радіусів куль, що спричиняється впливом цілої низки неконтрольованих факторів [21].

Для врахування такої невизначеності зручно використовувати наближені множини (rough sets), що звичайно подаються як сукупність нижнього наближення, тобто підмножини комірок, що однозначно належать множині, верхнього наближення, тобто підмножини комірок, які можливо належать цій множині, та граничної області, тобто підмножини комірок, ступінь належності яких цій множині невідома. Відповідно, щоб побудувати λ_i -апроксимацію м'якої множини комірок, нам слід розмити чіткі межі λ_i -куль, визначивши їх нижні і верхні наближення [22].

Нехай (Y, Y) є м'якою множиною на W , $Y = \cup \{Y_i\}_{i=1}^k$, що утворена об'єднанням всіх k своїх y_i -елементів $Y_i = \{(Y, y_i) : y_i \in Y, (Y, y_i) \in 2^W\}$. Нехай $\mathfrak{R}_W^{\lambda_i}$ є відношенням λ_i -нерозривненості на множині комірок W , таке що $(\forall \lambda_i)_{i=0}^m \mathfrak{R}_W^{\lambda_i} = \{(w_m, w_n) \in W \times W \mid w_m \in V_i, w_n \in V_i\}$. Тоді можемо побудувати λ_i -апроксимацію кожного y_i -елементу множини (Y, Y) . Отже, для всіх комірок $w \in W$, що належать до y_i -елемента множини (Y, Y) , нижнє наближення λ_j -елементу підмножини Y_i визначається як $\underline{Y}_{ji} = \{Y_{ji}(w, \lambda_j) \in \mid w \in Y_i \vee \mathfrak{R}_W^{\lambda_j}(w) \subseteq Y_{ji}(w)\}$, а верхнє наближення, відповідно,

$\overline{\Upsilon_{ji}} = \left\{ \Upsilon_{ji}(w, \lambda_j) \mid w \in \Upsilon_i \vee (\mathfrak{R}_w^{\lambda_j}(w) \cap \Upsilon_{ji}(w, \lambda_j) \neq \emptyset) \right\}$. У випадку, якщо $\underline{\Upsilon_{ji}} = \overline{\Upsilon_{ji}}$, λ_j -елемент підмножини Υ_i є чіткою множиною, а якщо ні, то наближеною множиною. Відповідно, кожен y_i -елемент множини (Υ, Y) може бути подано у вигляді $\hat{\Upsilon}_i = \left\{ \left(\underline{\Upsilon_{ji}}, \overline{\Upsilon_{ji}} \right)_{j=0}^m, \lambda \right\}$, а власне м'яка множина комірок як $\left(\bigcup_{i=1}^k \left\{ \left(\underline{\Upsilon_{ji}}, \overline{\Upsilon_{ji}} \right)_{j=0}^m, \lambda \right\}, Y \right)$.

Нехай $apr_w = (W, \mathfrak{R}_w^\lambda)$ – простір апроксимації, утворений відношенням нерозрізненості \mathfrak{R}_w^λ , що має властивості відношення толерантності. Тоді наближена топологія $\tilde{\mathcal{T}}_w^{\mathfrak{R}_w^\lambda} = (W, Def(apr_w))$ є розбиттям y_i -елементів множини (Υ, Y) на апроксимовані підмножини комірок Υ_{ji} , що є λ_j -елементами y_i -елементів множини $((\Upsilon, \lambda), Y)$. Отже, ми отримали наближену апроксимацію м'якої множини у формі наближеної м'якої множини. Якщо ж ми виконуємо y_i -апроксимацію нечіткою м'якою множиною комірок $(\tilde{\Upsilon}, Y)$, отримаємо наближено-нечітку м'яку множину $\left(\left(\tilde{\Upsilon}, Y \right), \lambda \right)$ клітинок, де кожний λ_j -елемент буде подано наближеною множиною комірок $(\tilde{\Upsilon}, \lambda_j)$, які містяться у кулі V_j , яку в свою чергу розбито на y_i -елементи множини $((\Upsilon, \lambda), Y)$, кожен з яких містить комірки, що відносяться до певної категорії $y_i \in Y$. Звісно, кожен елемент Υ_{ji} утворює топологію \mathcal{T}_{ji} . Відповідно, топологія шаблону просторової конфігурації є розбиттям $\mathcal{T}_s = \bigcup_{j=0}^m \left(\bigcup_{i=0}^k \mathcal{T}_{jis} \right)$, а топологія шаблону зразка – розбиттям $\mathcal{T}_l = \bigcup_{j=0}^m \left(\bigcup_{i=0}^k \mathcal{T}_{jil} \right)$.

Оскільки з точки зору подібності просторових конфігурацій нас цікавлять лише ті комірки, що відносяться до категорії «зайнятих», то ми маємо відкинути всі y_0 -елементи, що відносяться до категорії «вільні». Нас не цікавлять також ті частини топології кулі, що лежать за межами радіусу λ_0 , тож всі λ_0 -елементи також відкидаємо. Отже, для визначення подібності будемо враховувати редуковані топології $\mathcal{T}_s^* = \bigcup_{j=1}^m \left(\bigcup_{i=1}^k \mathcal{T}_{jis} \right)$ та $\mathcal{T}_l^* = \bigcup_{j=1}^m \left(\bigcup_{i=1}^k \mathcal{T}_{jil} \right)$.

Обчислення різниці двох топологій може бути виконано поелементно:

$$\mathcal{T}_s^* - \mathcal{T}_l^* = \bigcup_{j=1}^m \left(\bigcup_{i=1}^k \left(\mathcal{T}_{jis} - \mathcal{T}_{jil} \right) \right). \tag{3}$$

Проте, для врахування різного ступеня впливу заданих просторових зон на етапі визначення об'єму різниці треба ввести коефіцієнти $\varphi_1, \dots, \varphi_m$, що відповідатимуть зонам $\lambda_1, \dots, \lambda_m$,

$$\text{vol}(\mathcal{T}_s^* - \mathcal{T}_l^*) = \bigoplus_{j=1}^m \varphi_j \left(\bigoplus_{i=1}^k \text{vol}(\mathcal{T}_{jis} - \mathcal{T}_{jil}) \right). \tag{4}$$

Тож розбивши топологію кожного шаблону на частини, ми обчислюємо об'єм різниці окремо за кожною з них, враховуючи коефіцієнти просторових зон. Такий спосіб може бути застосований до топологій різних типів – м'яких, нечітких м'яких, наближених м'яких, та наближено-нечітких м'яких.

Враховуючи зворотний характер міри подібності до міри різниці, просторову подібність шаблонів на основі об'єму симетричної різниці топологій, використовуючи (2), обчислюється наступним чином:

$$\mu(\mathcal{T}_s^*, \mathcal{T}_l^*) = \text{vol}(\mathcal{T}_s^* \cup \mathcal{T}_l^*) / \left(\text{vol}(\mathcal{T}_s^* \Delta \mathcal{T}_l^*) \right), \tag{5}$$

де обсяг симетричної різниці двох топологій $\text{vol}(\mathcal{T}_s^* \Delta \mathcal{T}_l^*)$ може бути визначений на підставі (1) з підстановкою (4).

Формула (5) може використовуватися для визначення ступеня подібності просторових шаблонів, поданих у вигляді топологій, безвідносно до конкретного класу цих топологій.

Висновки

1. Розглянуто питання оцінки просторової подібності ситуацій в сценарно-прецедентних системах управління великими групами безпілотних апаратів. Досліджено існуючі підходи обчислювальної геометрії до визначення мір просторової подібності, проведено аналіз їх особливостей та визначено шляхи розробки міри подібності просторових конфігурацій.

2. Запропоновано теоретичний підхід до оцінювання просторової подібності, що заснований на поданні просторових конфігурацій у вигляді геометричних шаблонів та застосуванні мір несхожості, які визначають ступінь їх розбіжності, зворотний до ступеня подібності та можуть бути подані на основі обчислення об'єму симетричної різниці між двома топологіями.

3. Запропоновано дискретизовану просторову модель, основою якої є куля з нескінченим радіусом та кутова система координат. На основі цієї моделі побудовано нелінійну м'яку топологію відкритої кулі, яку застосовано для подальшого визначення несхожості вимірюванням об'єму симетричної різниці між топологією шаблону та топологією зразка. На основі м'якої топології може бути побудовано нечітку м'яку топологію.

4. Запропонований метод оцінки об'єму симетричної різниці між двома топологіями є інваріантним до можливих перетворень шаблонів за допомогою обертання або масштабування, що зберігають об'єм. Запропонований метод може використовуватися для визначення ступеня подібності просторових шаблонів, поданих у вигляді топологій, безвідносно до конкретного класу цих топологій. Враховано часткову просторову схожість щодо певних вкладених або підпорядкованих частин просторової конфігурації.

5. Враховано наявність визначених умовами спільного руху групи безпілотних апаратів зон, що розбивають просторову конфігурацію відповідно до ступеня їх впливу на безпеку руху. Виконано відповідне розбиття топологій за допомогою відношення нерозрізненості клітинок у межах визначених просторових зон.

Результати дослідження дозволяють ефективно використовувати сценарно-прецедентний підхід при вирішенні важкоформалізованих задач управління великими групами безпілотних апаратів.

Список використаної літератури

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proc. of the 2015 IEEE 3rd Int. Conf. Kyiv, 2015. Pp. 275–279.
2. Шерстюк В.Г. Сценарно-прецедентное управление эргатическими динамическими объектамиЖ монографія. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2013. 407 p.
3. Spaccapietra S., Parent C., Damiani M., De Macedo J., Porto F., Vangenot C. A conceptual view on trajectories. Data & Knowledge Engineering. 2008. No. 1, Vol. 65. Pp. 126–146.
4. Etienne L., Devogele T., Bouju A. Spatio-temporal trajectory analysis of mobile objects following the same itinerary. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2012. Vol. 38, Part II. Pp 86–91.
5. Moreno F., Arangoa F. Conceptual Trajectory Multidimensional Model: An Application to Public Transportation. Dyna. 2011. No. 166, Vol.78. Pp. 142–149.
6. Dodge S., Laube P., Weibel R. Movement similarity assessment using symbolic representation of trajectories. Int. Journal of Geographical Information Science. 2012. No. 9, Vol. 26. Pp. 1563–1588.
7. Muhtar N., Cahyono E., Arman, Ransi N., Rofianto D. Pattern similarities of vector matrices. Journal of Physics: Conference Series. 2019. No. 6, Vol. 1341. Pp. 062011.
8. Alsaade F., Fouda Y., Khan A. R. Efficient cellular automata algorithm for template matching. Journal of Artificial Intelligence. 2012. No. 3, Vol. 5. Pp. 122–129.
9. Alsaade F., Fouda Y. Template matching based on SAD and pyramid. International Journal of computer science and information security. 2012. No. 4, Vol. 10. Pp. 11–16.
10. Grasl T., Economou A. Spatial Similarity Metrics. In: Computer-Aided Architectural Design Futures / Dong A., Moere A.V., Gero J.S. Springer, 2007.
11. Frontiera P., Larson R., Radke J. A comparison of geometric approaches to assessing spatial similarity for GIR. International Journal of Geographical Information Science. 2008. No. 3, Vol. 22. Pp. 337–360.
12. Chehreghan A., Abbaspour R.A. Assessment of spatial similarity degree between polylines on multi-scale, multi-source maps. Geocarto international. 2017. No. 5, Vol. 32. Pp. 471–487.
13. Alt H. The Computational Geometry of Comparing Shapes. Efficient Algorithms / Albers S., Alt H., Näher S. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2009. Vol. 5760. Pp. 235–248.
14. Molodtsov D. Soft Set Theory – first results. Computers and Mathematics with Applications. 1999. Vol. 37. Pp. 19–31.
15. Maji P. K., Roy A. R., Iswas R. B. An application of soft sets in a decision-making problem. Computers and Mathematics with Applications. 2002. No. 8-9, Vol. 44. Pp. 1077–1083.
16. Feng F., Li Y., Leoreanu-Fotea V. Application of level soft sets in decision making based on interval-valued fuzzy soft sets. Computers and Mathematics with Applications. 2010. Vol. 60. Pp. 1756–1767.
17. Varol B., Aygun H. Fuzzy soft topology. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics. 2012. No. 3, Vol. 41. Pp. 407–419.
18. Mahanta J., Das P.K. Fuzzy soft topological spaces. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. 2017. No.

- 1, Vol. 32. Pp. 443–450.
19. Hong D., Wang J., Gardner R. Measure Theory. Real Analysis with an Introduction to Wavelets and Applications. Academic Press, 2005. Pp. 33–63.
 20. Sonke W., van Kreveld M., Ophelders T., Speckmann B., Verbeek K. Volume-based similarity of linear features on terrains. Advances in Geographic Information Systems: Proc. of the 26th ACM SIGSPATIAL International Conference. New York, 2018. Pp. 444–447.
 21. Zharikova M., Sherstjuk V. Case-based Approach to Intelligent Safety Domains Assessment for Joint Motion of Vehicles Ensembles. Methods and Systems of Navigation and Motion Control: Proceedings of the 4th International Conference. Kyiv, 2016. Pp. 245–250.
 22. Skowron A., Dutta S. Rough sets: past, present, and future. Nat. Computing. 2018. Vol. 17. Pp. 855–876.

References

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proceedings of the 2015 IEEE 3rd International Conference, Kyiv, 2015, pp. 275–279. doi: 10.1109/APUAVD.2015.7346620.
2. Sherstjuk V.G. Sczenarno-preczedentnoe upravlenie ergaticheskimi dinamicheskimi ob`ektami [Scenario-case control of ergatic dynamic objects]. Saarbrücken: Lambert Academic Publ., 2013. 407 p.
3. Spaccapietra S., Parent C., Damiani M., De Macedo J., Porto F., Vangenot C. A conceptual view on trajectories. Data & Knowledge Engineering, 2008, vol. 65, no. 1, pp. 126–146. doi: 10.1016/j.datak.2007.10.008.
4. Etienne L., Devogele T., Bouju A. Spatio-temporal trajectory analysis of mobile objects following the same itinerary. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2012, vol. 38, part II, pp 86–91.
5. Moreno F., Arangoa F. Conceptual Trajectory Multidimensional Model: An Application to Public Transportation. Dyna, 2011, vol.78, no. 166, pp. 142–149.
6. Dodge S., Laube P., Weibel R. Movement similarity assessment using symbolic representation of trajectories. Int. Journal of Geographical Information Science, 2012, vol. 26, no. 9, pp. 1563–1588. doi: 10.1080/13658816.2011.630003.
7. Muhtar N., Cahyono E., Arman, Ransi N., Rofianto D. Pattern similarities of vector matrices. Journal of Physics: Conference Series, 2019, vol. 1341, no. 6, pp. 062011. doi: 10.1088/1742-6596/1341/6/062011.
8. Alsaade F., Fouda Y., Khan A. R. Efficient cellular automata algorithm for template matching. Journal of Artificial Intelligence, 2012, vol. 5, no. 3, pp. 122–129. doi: 10.3923/jai.2012.122.129.
9. Alsaade F., Fouda Y. Template matching based on SAD and pyramid. International Journal of computer science and information security, 2012, vol. 10, no. 4, pp. 11–16.
10. Grasl T., Economou A. Spatial Similarity Metrics. Computer-Aided Architectural Design Futures. Springer, 2007. doi: 10.1007/978-1-4020-6528-6_19.
11. Frontiera P., Larson R., Radke J. A comparison of geometric approaches to assessing spatial similarity for GIR. International Journal of Geographical Information Science, 2008, vol. 22, no. 3, pp. 337–360. doi: 10.1080/13658810701626293.
12. Chehreghan A., Abbaspour R.A. Assessment of spatial similarity degree between polylines on multi-scale, multi-source maps. Geocarto international, 2017, vol. 32, no. 5, pp. 471–487. doi: 10.1080/10106049.2016.1155659.
13. Alt H. The Computational Geometry of Comparing Shapes. Efficient Algorithms. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5760, pp. 235–248. doi: 10.1007/978-3-642-03456-5_16.
14. Molodtsov D. Soft Set Theory – first results. Computers and Mathematics with Applications, 1999, vol. 37, pp. 19–31. doi: 10.1016/S0898-1221(99)00056-5.
15. Maji P. K., Roy A. R., Iswas R. B. An application of soft sets in a decision-making problem. Computers and Mathematics with Applications, 2002, vol. 44, no. 8-9, pp. 1077–1083. doi: 10.1016/S0898-1221(02)00216-X.
16. Feng F., Li Y., Leoreanu-Fotea V. Application of level soft sets in decision making based on interval-valued fuzzy soft sets. Computers and Mathematics with Applications, 2010, vol. 60, pp. 1756–1767. doi: 10.1016/j.camwa.2010.07.006.
17. Varol B.P., Aygun H. Fuzzy soft topology. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 2012, vol. 41, no. 3, pp. 407–419.
18. Mahanta J., Das P.K. Fuzzy soft topological spaces. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2017, vol. 32, no. 1, pp. 443–450. doi: 10.3233/JIFS-152165.
19. Hong D., Wang J., Gardner R. Measure Theory. Real Analysis with an Introduction to Wavelets and Applications. Academic Press, 2005, pp. 33–63. doi: 10.1016/B978-012354861-0/50002-6.

20. Sonke W., van Kreveld M., Ophelders T., Speckmann B., Verbeek K. Volume-based similarity of linear features on terrains. *Advances in Geographic Information Systems: Proc. of the 26th ACM SIGSPATIAL International Conference*, New York, 2018, pp. 444–447. doi: 10.1145/3274895.3274937.
21. Zharikova M., Sherstjuk V. Case-based Approach to Intelligent Safety Domains Assessment for Joint Motion of Vehicles Ensembles. *Methods and Systems of Navigation and Motion Control: Proc. of the 4th International Conference*, Kyiv, 2016, pp. 245–250. doi: 10.1109/MSNMC.2016.7783153.
22. Skowron A., Dutta S. Rough sets: past, present, and future. *Natural Computing*, 2018, vol. 17, pp. 855–876. doi: 10.1007/s11047-018-9700-3.