

УДК 004.986

<https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2020.4.10>

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

І.В. СОКОЛ

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-7324-1441

РОЗРОБКА ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ ПОШУКУ БЕЗПЕЧНИХ ТРАЄКТОРІЙ НА ОСНОВІ НЕКЛАСИЧНИХ ТОПОЛОГІЙ

У статті розглянуто питання розробки програмних засобів, заснованих на моделі м'яких багаторівневих доменів безпеки, для пошуку безпечних траєкторій в задачах реактивного планування спільного руху множини безпілотних апаратів. Представлена модель багаторівневих м'яких доменів безпеки базується на сферичній топології, яка дозволяє будувати несферичні домени безпеки шляхом визначення різних радіусів у секторах, розташованих за різними довготою та широтою. Запропонована для вирішення задачі пошуку безпечних траєкторій м'яка сферична топологія є нелінійною і може бути застосована для побудови евристик з метою подолання явищ передискретизації та надто широкого розподілу випадкових точок, характерних для методів пошуку траєкторій, заснованих на використанні швидких випадкових дерев. Запропоновано алгоритм пошуку безпечних траєкторій на основі м'якої топології, який засновано на суперпозиції багаторівневих систем конусів зіткнень, накладених на м'який топологічний простір. Програмна реалізація запропонованих моделі та алгоритму дозволяє ефективно планувати траєкторії безпечного руху в конфігураційному просторі та забезпечує продуктивність, достатню для застосування в системах управління безпілотними апаратами в умовах реального часу.

Ключові слова: безпілотний апарат, домен безпеки, конус зіткнення, безпечна траєкторія, сферична топологія, м'яка наближена множина, програмна реалізація.

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

І.В. СОКОЛ

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-7324-1441

РАЗРАБОТКА ПРОГРАМНЫХ СРЕДСТВ ПОИСКА БЕЗОПАСНЫХ ТРАЕКТОРИЙ НА ОСНОВЕ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ ТОПОЛОГИИ

В статье рассмотрены вопросы разработки программных средств, основанных на модели мягких многоуровневых доменов безопасности, для поиска безопасных траекторий в задачах реактивного планирования совместного движения множества беспилотных аппаратов. Представленная модель многоуровневых мягких доменов безопасности базируется на сферической топологии, которая позволяет задавать несферические домены безопасности путем определения различных радиусов в секторах, расположенных по различным долготам и широтам. Предложенная для решения задачи поиска безопасных траекторий мягкая сферическая топология является нелинейной и может быть применена для построения эвристик с целью преодоления явлений передискретизации и слишком широкого распределения случайных точек, характерных для методов поиска траекторий, основанных на использовании быстрых случайных деревьев. Предложен алгоритм поиска безопасных

траекторий на основе мягкой топологии, основанный на суперпозиции многоуровневых систем конусов столкновений, наложенных на мягкое топологическое пространство. Программная реализация предложенных модели и алгоритма позволяет эффективно планировать траектории безопасного движения в конфигурационном пространстве и обеспечивает производительность, достаточную для применения в системах управления беспилотными аппаратами в условиях реального времени.

Ключевые слова: беспилотный аппарат, домен безопасности, конус столкновения, безопасная траектория, сферическая топология, мягкая приближена множество, программная реализация.

V.G. SHERSTJUK

Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0002-9096-2582

R.N. LEVKIVSKYI

Kherson State Maritime Academy
ORCID: 0000-0001-9280-8098

V.N. GUSEV

Kherson State Maritime Academy
ORCID: 0000-0001-7775-2276

I.V. SOKOL

Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0002-7324-1441

DEVELOPMENT OF SOFTWARE TOOLS FOR PLANNING SAFE TRAJECTORIES BASED ON NON-CLASSICAL TOPOLOGIES

This paper discusses the issues of the development of software tools based on a model of soft multilevel safety domains for finding safe trajectories in reactive planning of the joint movement of a multitude of unmanned vehicles. The presented model of multilevel soft safety domains is based on a defined spherical topology, which allows describing non-spherical safety domains by different radii in sectors having different longitudes and latitudes. The soft spherical topology proposed for finding safe trajectories is nonlinear and can be used to construct heuristics in order to overcome the phenomena of oversampling and too wide distribution of random points, which are specific to methods for finding trajectories based on the use of rapid random trees. A soft topology-based algorithm for finding safe trajectories that uses a superposition of multilevel systems of collision cones superimposed on a soft topological space, is proposed. The software implementation of the proposed model and algorithm makes it possible to effectively plan the trajectories of safe movement in the configuration space and provides performance enough for use in control systems of unmanned vehicles in real time.

Keywords: unmanned vehicle, safety domain, collision cone, safe trajectory, spherical topology, soft rough set, software implementation.

Постановка проблеми

Безпілотні апарати, які ще донедавна вважалися результатом значного технічного прогресу, сьогодні стали звичним явищем, їх використовують у всіх сферах людської діяльності для вирішення складних проблем, там де участь людини є небажаною. Більше того, почали застосовуватися групи безпілотних апаратів, які одночасно діють у різних середовищах. Розумне рибальство є гарним прикладом таких задач; для його виконання застосовують множину повітряних, надводних та підводних апаратів.

Для ефективного досягнення результатів розумного рибальства всі залучені безпілотні апарати (БА) повинні спільно виконувати свої місії, синхронізуючи свій рух та дії в часі й просторі. Відповідно, кожен з БА повинен мати свій визначений план місії, який передбачає переміщення та виконання необхідних дій з урахуванням міркувань безпеки та ефективності. Отже, кожен БА за планом місії отримує свою заплановану траекторію, яку звичайно подають послідовністю просторових точок (waypoint, WP) у тривимірному просторі руху. Ці точки часто пов'язують з конкретними точками часу (time point, TP), щоб спростити координацію спільного руху. Під час планування траекторії мають враховуватись певні, можливо, суперечливі критерії, такі як наявність палива, заповнення обсягу трюму, час тощо.

Оскільки БА зазвичай працюють у невизначеному та динамічному середовищі, існує ряд суттєвих обмежень, які накладаються на їх рух. Деякі з цих обмежень пов'язані зі статичними та динамічними перешкодами руху, динамікою БА (швидкість, прискорення, кут керма), силами навколишнього середовища (вітри, течії, хвилі) та технічними можливостями (дальність зв'язку). Однак, існують також ситуативні порушення траекторії руху, як то інші рухомі об'єкти та обмеження, що

викликані заданими нормами (наприклад, правилами на морі) у просторі проведення операцій.

Безумовно, динамічні впливи навколишнього середовища зазвичай впливають і на заздалегідь визначені траєкторії, змушуючи БА змінювати їх. Зміна траєкторії руху деяким БА може відчутно впливати на зміну траєкторій руху інших БА, головним чином з міркувань безпеки [1]. Отже, наразі існує дві задачі планування [2]: перша є попередньою і може розглядатися як задача глобального планування, її спрямовано на планування траєкторій кожного з БА в глобальному просторі їх спільного руху, а друга – це локальна задача планування траєкторій руху БА вже під час виконання місії, включаючи уникнення перешкод та пом'якшення умов невизначеності та ризику, що зазвичай повинна вирішуватись у реальному часі. Проблема, розглянута в цій статті, найбільше стосується вирішення саме другої задачі, тобто ре-планування спільного руху неоднорідних груп БА у режимі реального часу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В задачах глобального планування визначають траєкторію руху від певної вихідної точки до заданої цільової точки з урахуванням конкретних критеріїв, таких як найкоротший шлях або мінімальний час руху. Методи глобального планування використовують початкову інформацію, що відома априорі, включно з розташуванням статичних перешкод. Однак, несподівані динамічні перешкоди можуть суттєво порушувати заздалегідь визначені траєкторії, що вимагатиме адекватної реакції для уникнення зіткнень. Отже, існує необхідність у повторному плануванні, що має дозволяти гнучкі зміни траєкторій руху БА, які відповідатимуть динаміці навколишнього середовища, умовам безпеки та появи інших різних обставин, які не були враховані під час початкового планування через існуючу невизначеність [3].

Вирішення цієї задачі є основним предметом розгляду цієї статті. На даний момент запропоновано низку підходів та безліч алгоритмів планування траєкторій, пов'язаних із плануванням руху БА. Наразі, існує евристичний підхід та відповідні алгоритми, такі як алгоритми Дейкстри, A^* , D^* , але добре відомо, що такі алгоритми мають високу обчислювальну складність, тому їх не можна використовувати для репланування в реальному часі [4].

У останні роки запропоновано декілька сучасних підходів [5], включаючи діаграми Вороного, штучні потенційні поля, швидкі маршові, еволюційні методи тощо. Запропоновано також низку підходів, які засновані на вибірці точок шляху, в тому числі засновані на використанні ймовірнісних дорожніх карт (PRM) або швидких випадкових дерев (RRT), які широко використовуються в БА. Однак, ці методи можуть бути застосовані в переважно умовах добре вивчених статичних середовищ та попередньо відомих статичних перешкод. Алгоритм RRT є найбільш популярним серед цього класу методів планування траєкторій, оскільки алгоритм PRM не гарантує найкоротших траєкторій [6].

Алгоритм RRT засновано на ідеї вирощування дерева від початкової точки до цільової точки з довільним випадковим пошуком проміжних точок на просторі, в якому відсутні перешкоди [7]. Отже, у RRT можливі траєкторії можуть бути побудовані шляхом розширення дерев, які ростуть, починаючи від початкової точки, проходячи через набір випадкових точок, і закінчуються, коли досягнута цільова точка. Перевага алгоритму RRT полягає в тому, що його можна використовувати для планування траєкторій у складному середовищі без попередньої побудови просторової моделі [8]. Однак, метод планування траєкторій, заснований на RRT, має певні вади, такі як високий ступінь випадковості, перевибірка, повільна швидкість обчислення тощо. Через існування цих недоліків траєкторії, що вибираються планувальником RRT, не завжди є оптимальними [9], тому були також запропоновані деякі вдосконалення цього методу, але ключові проблеми, що призводять до поганої роботи планувальників RRT, залишилися невивченими. Отже, існує необхідність розробки певних евристик для методу RRT, що могли б пом'якшити вплив недоліків та поліпшити його ефективність.

Мета дослідження

Для подолання таких недоліків, як передискретизація та надто широкий розподіл випадкових точок, що знижує ефективність пошуку траєкторій, може бути запропонована модель конфігураційних просторів на основі топологій, звужених м'якими доменами безпеки. В цій статті ми маємо дослідити використання нетривіальних сферичних топологій для зменшення обчислювальної складності за рахунок відмови від традиційно ітеративних обчислень. Цю статтю спрямовано на розробку методу визначення м'яких багаторівневих доменів безпеки та побудови відповідних траєкторій безпечного руху в конфігураційному просторі, що використовується у методах RRT, під час реактивного планування руху множини БА. Метою дослідження є побудова моделі та алгоритму пошуку безпечних траєкторій БА на основі неklasичних топологій та розробка відповідних ефективних програмних засобів, що можуть бути застосовані в системах управління БА в умовах реального часу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Сценарій уникнення зіткнень

Розглянемо тривимірний простір S . Припустимо, що група БА виконує у просторі S певну операцію, переміщуючись за певною траєкторією. Нехай таку траєкторію задано як заздалегідь сплановану послідовність пар «точка-час» (WP / TP). Отже, траєкторія руху БА повинна починатися з

певної початкової точки і вести до певної цільової точки; як початкові, так і цільові точки повинні бути задані в межах простору S . Розглянемо найпростішу ситуацію, представлену на рис. 1.

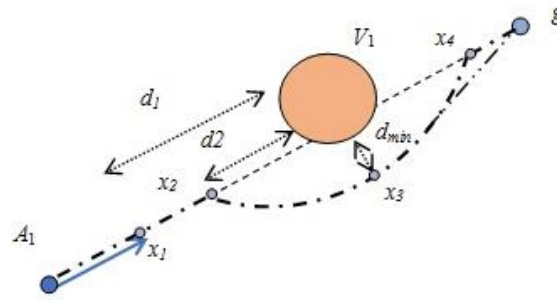


Рис. 1. Статичний сценарій уникнення зіткнення

Нехай A_1 - активний об'єкт, що рухається по заздалегідь спланованій траєкторії P , що подана на рис. 1 пунктирною лінією, до певної заданої мети g . Тобто, A_1 - це "оперуючий БА". Досягнувши точки x_1 , БА виявляє перешкоду V_1 на відстані d_1 попереду, тому його система управління повинна розпочати маневр запобігання зіткненню десь в точці x_2 , тобто на певній відстані d_2 від перешкоди V_1 . Таким чином, прямолінійний фрагмент початкової траєкторії P , починаючи з точки x_2 і до точки x_3 , має бути замінений криволінійним фрагментом, поданим на рис. 1 пунктирною лінією. Отже, нову (переплановану) траєкторію P' отримують шляхом додавання додаткової точки x_3 , що знаходиться на мінімально безпечній відстані d_{min} від виявленої перешкоди V_1 .

Знаходячись в точці x_3 , оперуючий БА A_1 має два варіанти досягнення цільової точки g : або він буде продовжувати рухатися за криволінійною траєкторією P' і повернеться до початкової траєкторії P в точці x_4 , або буде додано новий прямолінійний фрагмент з точки x_3 безпосередньо до цільової точки g . Хоча представлена ситуація здається доволі простою, рішення, яке має прийняти система управління БА, не є простим через невизначеність, адже невідомо, які ще статичні чи динамічні перешкоди БА A_1 виявить на просторі від x_3 до x_4 , перш ніж він потрапить ближче до точки x_3 .

Розглянемо більш складну ситуацію, коли оперуючий БА A_1 виявляє рухомий об'єкт A_2 , який має розглядатися як «порушник» запланованої траєкторії P . Безперечно, A_2 є для A_1 динамічною перешкодою, якої слід уникати. Така ситуація, що подана на рис. 2, має певну схожість до попередньої ситуації (рис. 1), тому потенційне зіткнення має бути вирішено у схожий спосіб.

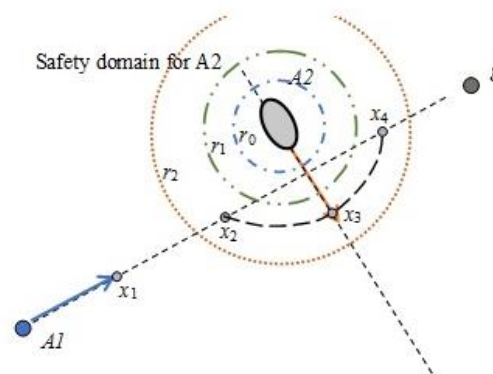


Рис. 2. Динамічний сценарій уникнення зіткнення

Однак, об'єкт A_2 рухається. Наразі, обидва БА A_1 і A_2 з однаковою ймовірністю можуть або наблизитися, або віддалитися один від одного. Існує спосіб з'ясувати, чи існує небезпека потенційного зіткнення: ми повинні розрахувати відносну швидкість обох учасників спільного руху з врахуванням пеленгу з A_1 до A_2 , що може бути визначена як $v_r(t) = [v_{A_1}(t) - v_{A_2}(t)] \perp B(A_1, A_2)$, де $v_r(t)$ - проекція

відносної швидкості між A_1 і A_2 на пеленг $B(A_1, A_2)$ від A_1 до A_2 в момент часу t , тоді як $v_{A_1}(t)$ і $v_{A_2}(t)$ є векторами швидкості відповідно A_1 і A_2 в той самий момент часу t .

Отже, якщо $v_r(t) \leq 0$, БА A_1 і A_2 віддаляються один від одного, але якщо $v_r(t) > 0$, вони рухаються до зближення, тому існує ймовірність потенційного зіткнення, а отже, має бути активований відповідний маневр уникнення зіткнень. В умовах спільного руху багатьох БА розрахунок векторів відносних швидкостей може зайняти доволі багато часу, тому часто спочатку оцінюють відносні пеленги, як показано на рис. 3.

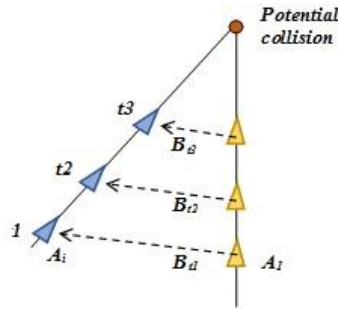


Рис. 3. Оцінка ймовірності зіткнення за допомогою відносного пеленгу

Відносний пеленг від БА A_1 до A_2 має оцінюватися з певною періодичністю у часі (моменти часу t_1, \dots, t_n); якщо відносний пеленг не лишається постійним з плином часу, тобто якщо $B_{A_1 A_2}(t_{j-2}) \neq B_{A_1 A_2}(t_{j-1}) \neq B_{A_1 A_2}(t_j)$ протягом принаймні трьох послідовних моментів часу t_{j-2}, t_{j-1}, t_j , то загрози потенційного зіткнення немає. І навпаки, якщо $B_{A_1 A_2}(t_{j-2}) = B_{A_1 A_2}(t_{j-1}) = B_{A_1 A_2}(t_j)$, то існує загроза потенційного зіткнення, отже, це достатній привід для наступної оцінки відстані між A_1 і A_2 : якщо вона зменшується з плином часу, фіксується ймовірне зіткнення. Замість використання відстані між БА A_1 і A_2 , для з'ясування можливості їх зіткнення можна використати вектор відносної швидкості.

Умови зіткнення з певним об'єктом A_i можуть бути адекватно описані конусом зіткнення, побудованим за допомогою падаючих дотичних l_1, l_2 від A_i до певної сфери B_i , яка подає певну зону безпеки навколо A_i , як показано на рис. 4. Якщо вектор швидкості v_i лежить у межах конусу зіткнення, то A_i порушує зону безпеки B_i . Розкладання вектору v_i за дотичними l_1, l_2 дає $v_i = a l_1 + b l_2$. Якщо $a > 0$ та $b > 0$, то перешкода A_i є критично небезпечною для A_1 . Зрозуміло, щоб уникнути зіткнення, система управління БА A_1 має виконати такий маневр, щоб вектор швидкості v_1 залишив межі конусу зіткнення.

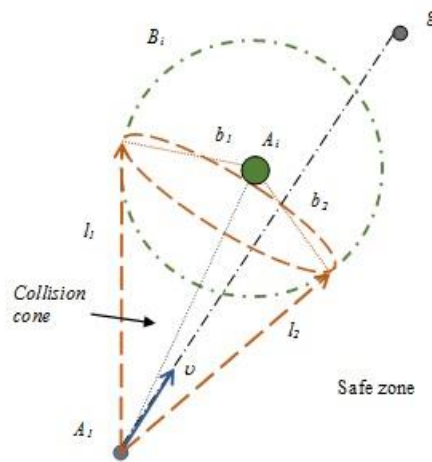


Рис. 4. Оцінка ймовірності зіткнення за допомогою конусу зіткнення

Домен безпеки

Найбільш поширені підходи до оцінки умов безпеки спільного руху БА засновані на визначенні або безпечних просторових зон, або найближчої точки наближення (closest point to approach, CPA), яку оцінюють за лінійними (відстань до зіткнення, D_{CPA}) та часовими (час до зіткнення, T_{CPA}) метриками для порівняння визначених значень D_{CPA} та/або T_{CPA} з певними (заданими) пороговими значеннями D_z і T_z відповідно. Очевидно, що у разі спільного руху значного числа БА проблема порівняння стає комбінаторною та, відповідно, обчислювально складною.

Замість того, визначення безпечних просторових зон [10] дозволяє розбити навколишній простір на безпечні та небезпечні зони (домени). У цьому випадку оперуючий БА має попереджати потрапляння будь-яких об'єктів до свого домену безпеки, а так само уникати порушення доменів безпеки інших БА, оскільки будь-яке вторгнення в домен безпеки кваліфікується як загроза. За останній час багато дослідників пропонували різні геометричні форми доменів безпеки (коло, еліпс, шестикутник тощо) та методи визначення їх розмірів. Однак, форма та розмір домену безпеки залежать від низки факторів стохастичного характеру, які заважають чіткому його визначенню [11].

Найбільш суттєвим фактором є невизначеність умов зближення. Вочевидь, не знаючи намірів БА A_2 (рис. 2), не можна бути впевненим, що його швидкість та напрямок руху не змінюватимуться під час зближення. В той же час, точність оцінки розміру, швидкості та напрямку руху об'єкта A_2 обмежується точністю бортового обладнання БА A_1 та його чутливістю до перешкод; у будь-якому випадку, їх точність не є абсолютною. Таким чином, існує певна неточність, невизначеність та непередбачуваність ситуації зближення. Для подолання такої невизначеності доцільно використовувати багаторівневі домени, як показано на рис. 5. Оскільки в тривимірних просторах найчастіше використовуються домени безпеки сферичної форми, будемо вважати їх сферичними.

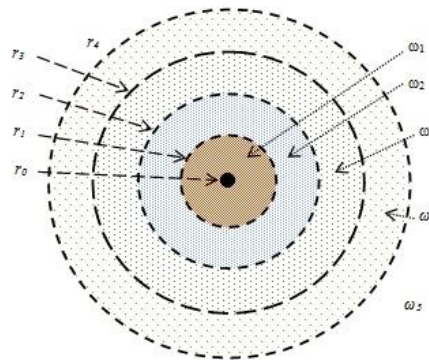


Рис. 5. Визначення багаторівневих доменів безпеки

Враховуючи невизначеність форми та розміру порушника A_2 , а також складність їх врахування, прийнято подавати форму A_2 як геометрично вписану в певну сферу з радіусом r_0 (рис. 5). Звичайно, таке припущення є доволі слабким, тому необхідно надати можливість доменам безпеки приймати будь-яку геометричну форму. Однак зробити це, використовуючи існуючі підходи, досить складно.

Ми можемо визначити умови безпечного руху БА за допомогою системи концентрично вкладених сфер, радіуси яких однозначно визначають межі відповідних рівнів домену безпеки:

- радіус r_0 визначає сферу забороненого рівня домену ω_0 , порушення межі якої призводить до безумовного зіткнення;

- радіус r_1 визначає сферу критичного рівня домену ω_1 , коли зіткнення можна уникнути, лише вдавшись до одночасного екстреного гальмування та різкого ухилення;

- радіус r_2 визначає сферу небезпечного рівня домену ω_2 , в межах якої уникнути зіткнення можливо, лише терміново змінивши швидкість або напрямок руху;

- радіус r_3 визначає сферу суперечливого рівня домену ω_3 , в межах якої рух суттєво обмежено порушником та існує потреба змінити швидкість або напрямок руху для уникнення зіткнення, але ця потреба не є такою нагальною, як для небезпечного рівня домену;

- радіус r_4 визначає сферу майже безпечного рівня домену ω_4 , в межах якого немає необхідності змінювати параметри руху, але, враховуючи невизначеність, потрібно приділяти особливу увагу порушникам домену безпеки, які потрапляють у цю сферу, адже вони можуть непередбачувано змінювати параметри руху, що може призвести до небезпеки.

Нарешті, простір ω_3 за межами сфери ω_4 домену є безпечним, де можна вільно пересуватися.

Звичайно, в кожному випадку домени безпеки можна розподіляти на більшу або меншу кількість рівнів, які можуть приймати різні форми, що є особливо важливим для морських застосувань, де переважають відносно витягнуті геометричні форми рухомих об'єктів, які мають суттєві відмінності від розглянутих вище круглих та сферичних форм. Отже, доцільно розробити модель, яка описує сфери безпеки будь-яких рівнів, розмірів та форм, для чого можна застосувати топології.

Топологія конфігураційного простору

Нехай Y буде множиною певних елементів, а T - множиною відліків часу. Припустимо, що на відліки часу в межах T накладено суворий порядок $<_T$, а t_0 є певним початковим відліком часу.

Розглянемо тривимірний евклідов простір C , дискретизований однорідною метричною сіткою D координатних прямих. Таким чином, D утворює тривимірний масив ізометричних кубічних комірок $\{d_{xyz}\}$, де x, y, z є розмірними індексами.

Нехай D буде непорожньою множиною комірок, $\mathbb{R}^{\geq 0}$ буде множиною невід'ємних дійсних чисел, а ξ_D буде функцією виду $D \times D \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$. Якщо функція ξ_D для кожного $d_1, d_2, d_3 \in D$ задовольняє умовам:

- 1) $\xi_D(d_1, d_1) = 0$, якщо і тільки якщо $d_1 = d_2$;
- 2) $\xi_D(d_1, d_2) = \xi_D(d_2, d_1)$;
- 3) $\xi_D(d_1, d_2) + \xi_D(d_2, d_3) \geq \xi_D(d_1, d_3)$,

вона є функцією відстані (метричною функцією), а $\xi_D(d_1, d_2) = \|d_1 - d_2\|$ дає нам відстань від певної комірки d_1 до іншої комірки d_2 в межах D , і тоді пара (D, ξ_D) утворює метричний простір.

Будемо розглядати клітинку як однорідну фігуру, наділену властивістю об'єму. Визначимо рефлексивне, симетричне та транзитивне відношення $\mathfrak{R}_D \subseteq D \times D$ на множині всіх клітин в межах D , яке буде виконувати роль відношення нерозрізненості. З точки зору ступенів безпеки $\omega \in \Omega$, $\mathfrak{R}_D(d_1, d_2)$ значить, що $(\forall d_1, d_2 \in D)(\forall \omega \in \Omega)[\omega(d_1) = \omega(d_2)]$, а отже, клітини d_1 і d_2 є ω -нерозрізненими.

Пара $apr_D = (D, \mathfrak{R}_D)$ утворює простір апроксимації, тому фактор-множину, що складається з усіх класів еквівалентності D відносно \mathfrak{R}_D , позначають як D/\mathfrak{R}_D [12]. Нехай універсальна множина D , порожня множина \emptyset , та елементи фактор-множини D/\mathfrak{R}_D є елементарними множинами, а кінцеві об'єднання однієї або декількох елементарних множин утворює певну складну множину. Отже, позначимо сімейство всіх складених множин як $Def(apr_D)$, а клас еквівалентності, що містить певну клітинку $d \in D$, як $\mathfrak{R}_D(d)$. Топологічний простір $\mathcal{T} = (D, Def(apr_D))$ однозначно визначається простором апроксимації $apr_D = (D, \mathfrak{R}_D)$. Відомо, що $Def(apr_D)$ є топологією на D тоді і тільки тоді, коли всі його підмножини задовольняють наступним умовам [13]:

- 1) $\emptyset \in Def(apr_D)$, $D \in Def(apr_D)$;
- 2) $A, B \in Def(apr_D) \Rightarrow A \cap B \in Def(apr_D)$;
- 3) $A, B \in Def(apr_D) \Rightarrow A \cup B \in Def(apr_D)$.

Отже, якщо $Def(apr_D)$ є сімейством відкритих множин, то $\mathcal{T} = (D, Def(apr_D))$ є топологічним простором, елементами якого є комірки $d \in D$.

Кожен об'єкт в межах D може займати або одну клітину, або певну множину суміжних клітин. Отже, рух будь-якого об'єкту, в т.ч. БА, може бути подано як зміну його позиції у просторі D впродовж деякого інтервалу часу, заданого на T . Позиція об'єкта в межах D описується триплетом просторових індексів (x, y, z) , які можуть бути визначені функцією $Pos(A_i)$, що повертає індекси комірки, яка відповідає просторовому положенню геометричного центру об'єкта A_i у вигляді триплету.

Отже, клітинка є динамічним типом вокселів - елементів простору, які визначають значення певного типу в межах єдиної просторової решітки, у нашому випадку це ступінь безпеки відповідної просторової області, значення яких залежать від часу.

Топологія доменів безпеки

Традиційно домени безпеки будують як сфери, починаючи з поточного місцезнаходження порушника. Щоб побудувати домен безпеки для БА A_i , доцільно визначити кутову систему координат з центром в поточному положенні цього БА, що дозволить замість декартових координат (x, y, z) подавати

координати БА триплетами (β_1, β_2, l) , де β_1 - широта, β_2 - довгота і l - це відстань від центру сфери. Звісно, центр цієї сфери має бути суміщений з центром сфери радіусу r_0 , що геометрично обмежує A_i .

Побудуємо сферу V з відкритим радіусом та центром в комірці $d_i \in D$, такий що $Pos(A_i) = d_i$. Дискретизуємо сферу V за допомогою кутової сітки координатних ліній з однаковими кутами та рівномірним дискретним радіусом. Отже, сферу V буде поділено на m кутових дискретних елементів, таких що $\Delta\beta_1 = \Delta\beta_2 = 360/n$ як у меридіанній, так і у паралельній площині (рис. 6), а її радіус також розкладено на однорідні дискретні елементи Δl , спрямовані назовні починаючи від центру сфери. В результаті такої дискретизації ми отримуємо кулю W (рис. 6), дискретизовану секторальними клітинами w_{ijk} що є найменшими секторами сфери V з кутовими координатами i, j, k . Звісно, клітини w_{ijk} є однорідними об'єктами з погляду на їх внутрішність (інтер'єр).

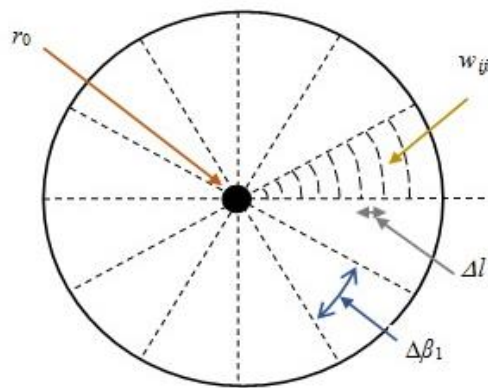


Рис. 6. Дискретизація сфери з відкритим радіусом

На основі отриманої дискретизованої сфери W ми можемо визначити дві різні метрики, перша з яких - це метрика лінійної відстані ξ_v із властивостями, подібними до ξ_D , для визначення якої ми можемо використати ізометричну бієкцію $\chi: \xi_D \rightarrow \xi_v$. Очевидно, за допомогою бієкції χ ми також можемо перетворювати прямокутні координати будь-яких об'єктів у сітці D до кутових координат у сферичній сітці W і навпаки.

Друга метрика ξ_w може бути заснована на об'ємних властивостях секторів. Оскільки об'єм кожного наступного сектора, розташованого далі від центру кулі, обов'язково більший за об'єм попереднього сектора, метрика ξ_w є нелінійною. Чим ближчим до центру сфери є такий сектор, тим меншим є його об'єм, і навпаки. Отже, метрика ξ_w дозволяє нам визначити відношення нерозрізненості $\mathfrak{R}_w \subseteq W \times W$ (рефлексивне, симетричне та транзитивне) за множиною всіх секторів, що містяться в дискретній сфері W , на основі оцінок їх об'єму. Використовуючи відношення \mathfrak{R}_w , ми надалі можемо визначити відповідний простір апроксимації $apr_w = (W, \mathfrak{R}_w)$, який однозначно задає топологічний простір $\mathcal{T}_w = (W, Def(apr_w))$, де $Def(apr_w)$ - сферична топологія на W . Оскільки метрика ξ_w є нелінійною, топологічний простір \mathcal{T}_w також є нелінійним, що дозволяє використовувати певні евристичні методи для подолання надмірної вибірки, характерної для методу RRT, та покращити ефективність пошуку траєкторій у конфігураційному просторі, поданому за допомогою нелінійної сферичної топології \mathcal{T}_w . Побудова такої сферичної топології дозволяє отримати несферичні домени безпеки шляхом відліку різних радіусів у секторах, розташованих за різною довготою та широтою. Приклад двовимірної проекції такого несферичного домену безпеки представлено на рис. 7.

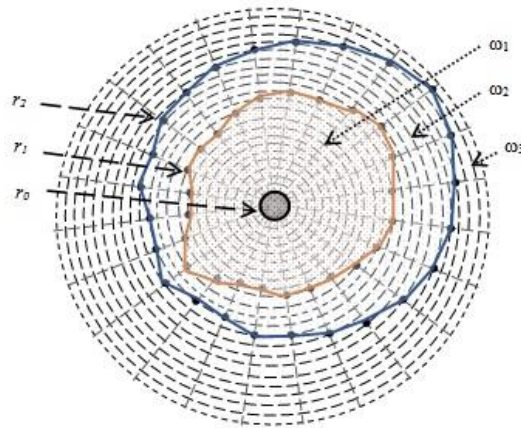


Рис. 7. Визначення сферичних доменів безпеки в сферичній сітці

Оцінка рівня безпеки

Важливою особливістю домену безпеки є те, що його форма та розміри суттєво залежать від часу та зазвичай їх значення є актуальними лише на момент вимірювання поточної позиції БА. Процес спільного руху є динамічним, отже можливі зміни параметрів руху як оперуючого БА, так і порушника (та навіть інших БА, які на момент розгляду ситуації начебто не впливають на безпеку руху оперуючого БА), а також зміни параметрів навколишнього середовища, включно з погодними умовами, спричиняють зміни форми та розмірів доменів безпеки. Крім того, домени безпеки є асиметричними з погляду на те, що оперуючий БА A_i може порушувати критичний домен БА A_j , але зворотне твердження може бути неправдивим, оскільки БА A_j може доволі безпечно взаємодіяти з A_i через значну різницю в їх розмірах та швидкостях.

Розглянемо оцінки безпеки БА в динаміці. Нехай $r_i(t) = \{r_0(t), \dots, r_i(t)\}$ є множиною залежних від домену безпеки меж простору, обчислених для певного БА A_i на момент часу t на основі вище розглянутої метрики ξ_D . Нехай функція $Pos(A_i, t)$ повертає позицію БА A_i на момент часу t . Для кожної пари БА (A_i, A_k) ми можемо оцінити певну відстань $\|Pos(A_i, t) - Pos(A_k, t)\|_{\xi_D} \rightarrow r_i(t)$.

Нехай $\varphi_i(t) = \{\varphi_0(t), \dots, \varphi_q(t)\}$ є множиною часових меж, заданих на T , а ξ_T є метрикою, визначеною на T як от $\|t_i - t_j\|_T \rightarrow \varphi$ з наступними властивостями $\forall t_i, t_j, t_k \in T$:

- 1) $\xi_T(t_i, t_j) = 0 \Leftrightarrow t_i = t_j$;
- 2) $\xi_T(t_i, t_j) = \xi_T(t_j, t_i)$;
- 3) $\xi_T(t_i, t_k) = \xi_T(t_i, t_j) + \xi_T(t_j, t_k)$.

Використовуючи межі, визначені за шкалою часу, ми можемо встановлювати межі домену безпеки. Наприклад, межу $r_1(t)$ критичної сфери домену безпеки ω_1 може бути оцінено на основі відстані, необхідної для екстреного гальмування, при відповідному обмеженні за часом $\varphi_1(t)$, необхідним для екстреного гальмування на поточній швидкості БА $v_1(t)$. Межі $r_2(t), \dots, r_4(t)$ може бути визначено у такий же спосіб на основі припущень про використання певних маневрів, щоб уникнути зіткнення. Нарешті, межу $r_0(t)$ може бути оцінено на підставі геометричних розмірів порушника, які практично не залежать від часу, за винятком тих ситуацій, коли ці розміри можуть бути уточненими під час спостереження.

Це дозволяє нам визначити розмитий домен безпеки, представлений системою концентричних сфер на різних рівнях домену безпеки навколо кожного БА A_i , який бере участь у спільному русі. Ці рівні можуть бути представлені у вигляді конусів зіткнень на основі оцінки доменних і часових меж безпеки, як представлено різними кольорами на рис. 8. Оскільки різні рівні доменів можуть приймати несферичні форми, то й такі фігури можуть приймати форми, які відрізняються від конуса.

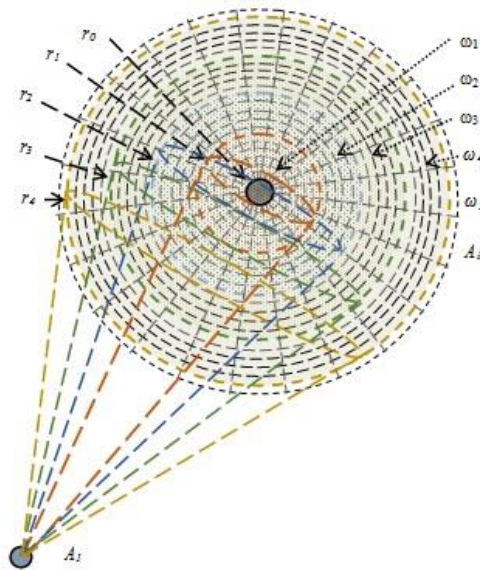


Рис. 8. Система конусів зіткнення, заснована на багаторівневому домені безпеки

Нехай існує певний частковий порядок r , який упорядковує межі $r_0(t), \dots, r_m(t)$ по відношенню до певної шкали $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$, такий що $r_0(t) < \dots < r_m(t)$. Кількість елементів цієї шкали m встановлюють за кількістю рівнів домену безпеки, наприклад, на рис. 8 $m = 4$. Це значення має бути певним компромісом між точністю оцінки безпеки та її обчислювальною складністю. Для прикладу в табл. 1 наведена 6-рівнева шкала. Очевидно, що всі секторальні комірки топології \mathcal{T}_W , що зосереджені всередині певного конуса зіткнення відповідно до i -ї сфери ω_i домену безпеки мають оцінку небезпеки y_i за табл. 1.

Таблиця 1. Рівні безпеки

Сфера домену безпеки, ω	Межа, r	Ступінь небезпеки, y	Рівень безпеки
ω_5	$r_5(t)$	0	Безпечно
ω_4	$r_4(t)$	0,2	Майже безпечно
ω_3	$r_3(t)$	0,4	Суперечливо
ω_2	$r_2(t)$	0,6	Небезпечно
ω_1	$r_1(t)$	0,8	Критично
ω_0	$r_0(t)$	1	Заборонено

Визначення траєкторії безпечного руху в конфігураційному просторі

Нехай $Y = \{y_i\}_{i=0}^m$ є множиною можливих ступенів безпеки, які залежать від часу. Припустимо, що множина W є універсумом та розглянемо множину Y як певний набір параметрів.

Нехай Υ є відображенням елементів множини Y у множину всіх підмножин універсуму W , так що $\Upsilon: y_i \rightarrow 2^W$. Тоді пару (Υ, Y) можемо вважати м'якою множиною секторальних комірок [14], яка, іншими словами, є сімейством підмножин множини секторальних комірок W , параметризованих множиною Y . Отже, кожне значення параметра $y_i \in Y$ однозначно визначає множину y_i -наближених елементів м'якої множини (y_i -елементів м'якої множини [15]), що позначається як Υ_i .

Використовуючи м'яку множину (Υ, Y) , ми можемо розбити універсум W на множину y_i -елементів, таких що $\Upsilon = \cup \{\Upsilon_i\}_{i=1}^k$. Визначимо динамічне y_i -відношення нерозрізнення на множині комірок W як $(\forall y_i \in Y) \mathfrak{R}_W^{y_i}(t) = \{(w_m, w_n) \in W \times W \mid y_i(w_m, t) = y_i(w_n, t)\}$. Відношення $\mathfrak{R}_W^{y_i}(t)$ дозволяє розглядати кожен y_i -елемент м'якої множини Υ_i як відповідний клас еквівалентності, отриманий на певний момент t . Отже, параметризоване сімейство підмножин універсуму W , що становить певний y_i -

елемент множини Υ_i , є фактор-множиною $W/\mathfrak{R}_W^y(t)$, яка складається з усіх класів еквівалентності W , індукованих відношенням $\mathfrak{R}_W^y(t)$. Таким чином, пара $apr_W = (W, \mathfrak{R}_W^y(t))$ визначає простір динамічного наближення. Відповідно, ми можемо визначити сімейство всіх складених множин $Def(apr_W)$ та динамічний м'який топологічний простір $\mathcal{T}_W^{\mathfrak{R}_W^y}(t) = (W, Def(apr_W))$, що однозначно відповідає простору динамічного наближення [16].

Відповідно, y_0 -елемент м'якої множини містить усі секторальні комірки, які мають рівень безпеки $y = 0$, та подає простір, заборонений для руху інших БА на певний момент t , y_1 -елемент також слід вважати забороненим з міркувань безпеки. В той же час, y_4 -елемент м'якої множини, навпаки, містить усі секторальні комірки, які мають ступінь безпеки $y = 4$, і подає простір, який є "вільним для пересування" на момент t . Безсумнівно, y_4 -елемент м'якої множини відноситься підпростору "вільного руху" конфігураційного простору, а y_0 - та y_1 -елементи м'якої множини відносяться до підпростору перешкод конфігураційного простору. Оскільки y_2 - і y_3 -елементи м'якої множини становлять невизначений простір, ми можемо далі розглядати конфігураційний простір як розмитий концепт.

Отже, тепер потрібно розробити метод пошуку підходящих траєкторій у конфігураційному просторі на основі визначеної м'якої множини комірок. Ми будемо спиратися на припущення, що оперуючий БА оточено кількома іншими БА, які певним чином взаємодіють під час руху. Таким чином, домени безпеки повинні бути одночасно визначені для всіх тих БА, які взаємодіють або можуть взаємодіяти з оперуючим БА (рис. 9).

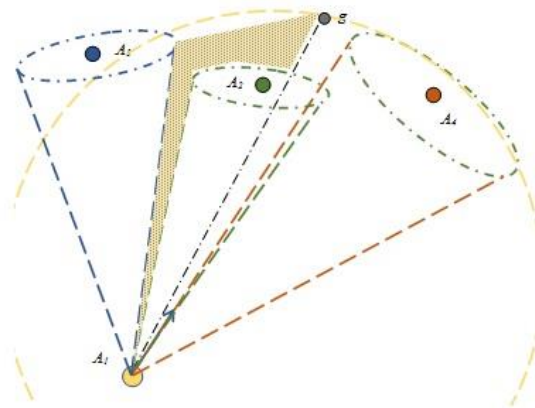


Рис. 9. Визначення траєкторії безпечного руху на основі багаторівневого домену безпеки

На рис. 9 показано три БА (A_2 , A_3 , і A_4) навколо оперуючого БА A_1 . Таким чином, ми маємо визначати домени безпеки для кожного з A_2 , A_3 , і A_4 , та будувати відповідні конуси зіткнень, що подано різними кольорами на рис. 9. Слід зазначити, що на рис. 9 ці конуси показані спрощеним способом, не враховуючи рівні безпеки. Розробка коридору руху вимагає багаторівневих областей безпеки та відповідних конусів зіткнень.

Топологічний простір \mathcal{T}_W , початкова комірка якого знаходиться в $Pos(A_1, t)$, є основою для пошуку траєкторії руху. Очевидно, що конуси зіткнень можуть бути представлені як множини секторальних комірок у межах дискретизованої сфери W , які мають певний ступінь небезпеки. Оскільки всі конуси зіткнень накладаються на топологію \mathcal{T}_W , слід підсумовувати їх оцінки небезпеки $\mathcal{G}_w(t) = \bigoplus_{j=1}^m (y_{ij}(t))$. Нехай тепер кожен елемент топологічного простору \mathcal{T} має початкову функцію значення небезпеки $\mathcal{G}_d = 1$. Для того щоб обчислити ступінь безпеки певного елемента топологічного простору \mathcal{T} , нам потрібно відняти загальний ступінь небезпеки від початкового значення безпеки $\mathcal{G}_d(t) = 1 - \mathcal{G}_w(t)$. Як наслідок, ми отримуємо певний розподіл рівнів безпеки за конфігураційним простором.

Обираючи підпростір руху, що відповідає y_4 -елементу м'якої множини, ми отримуємо необхідну підпростір конфігураційного простору, як показано на рис. 9 жовтим кольором, для того щоб саме в цьому підпросторі надалі шукати необхідну траєкторію руху з використанням методу RRT. Такий підпростір може бути поданий у вигляді м'якої наближеної множини на підставі припущення, що

$apr_D^{g_d} = (D, R_D^{g_d})$ є простором апроксимації за Павлаком [17]. Отже, відношення нерозбірливості $R_D^{g_d}$ може бути визначено на множині комірок D як $R_D^{g_d} = \{(d_m, d_n) \in D \times D \mid f(d_m, g_d) = f(d_n, g_d)\}$, тоді нижнє наближення простору апроксимації $apr_D^{g_d} = (D, R_D^{g_d})$ є м'якою підмножиною $\underline{Y}_D(g_d, t) = \{\forall g_d \in \Omega(R_D^{g_d}(d) \subseteq Y_D(g_d, t) \mid d \in D)\}$, тоді як його верхнє наближення є м'якою підмножиною $\overline{Y}_D(g_d, t) = \{\forall g_d (R_D^{g_d}(d) \cap Y_D(g_d, t) \neq \emptyset \mid d \in D)\}$.

Розробка програмних засобів пошуку безпечних траєкторій руху

Запропонована модель була розроблена у вигляді програмного модуля з використанням мови програмування C++ та програмних бібліотек ToPo та SoftTo, що пропонують широкий набір операцій з побудови декартових та сферичних топологій, їх додавання та віднімання, визначення їх об'єднань, перетинів та інтер'єрів. Розроблений програмний модуль реалізує алгоритм пошуку безпечних траєкторій руху БА, представлений у цій статті. Програмний модуль було інтегровано до прототипу бортової системи управління Бріз [18], яку реалізовано на основі вбудованого мікроконтролера STM32F429 (180 МГц Cortex M4, 2 Мб Flash / 256 Кб ОЗП, QSPI Flash N25Q512). Реактивний планувальник траєкторій перетворює координати всіх спостережуваних БА об'єктів у кутову систему координат у межах конфігураційного простору та визначає області безпеки для кожного об'єкта та будує відповідну сферичну топологію, що подає його домен безпеки. Потім планувальник будує систему конусів зіткнень на основі прорихованих ступенів небезпеки і, нарешті, накладає всі конуси зіткнень на сферичну топологію, щоб отримати шуканий підпростір конфігураційного простору, в якому надалі за допомогою методу RRT проводиться пошук безпечної траєкторії руху БА. Таким чином, конфігураційний простір звужується м'якими доменами безпеки, тому планувальник може використовувати лише визначений підпростір конфігураційного простору для пошуку випадкових точок.

Ефективність запропонованих моделі та алгоритму було досліджено у порівнянні з використанням звичайної декартової просторової моделі під час комп'ютерного моделювання з використанням 6-рівневих доменів безпеки у динамічному топологічному просторі, побудованому на основі м'яко-наближеної множини. Результати експерименту показали, що запропонована модель та реалізований алгоритм забезпечують прийнятну для систем реального часу продуктивність пошуку безпечних траєкторій.

Висновки

1. Розглянуто питання підвищення ефективності планування траєкторій за допомогою методу RRT для реактивних планувальників руху безпілотних апаратів. Запропоновано концепцію м'яких багаторівневих доменів безпеки та наближеного підпростору конфігураційного простору, що зменшує розмірність простору пошуку випадкових точок за методом RRT.

2. Представлено модель м'яких багаторівневих доменів безпеки, що заснована на використанні сферичної топології, яка дозволяє визначати несферичні домени безпеки через відлік різних радіусів за секторами, що розташовані за різною довготою та широтою. Запропонована модель дозволяє визначати підпростір безпечного руху, звужений м'якими доменами будь-яких рівнів, розмірів та форм.

3. Нелінійність запропонованої сферичної топології дозволяє використовувати евристики для подолання негативних явищ передискретизації та надто широкого розподілу випадкових точок, характерних для методу RRT та підвищення ефективності пошуку безпечних траєкторій.

4. Представлено алгоритм пошуку безпечних траєкторій руху в конфігураційному просторі під час реактивного планування спільного руху множини безпілотних апаратів на основі м'якої наближеної топології, що використовує суперпозицію багаторівневих систем конусів зіткнень, накладених на м'який топологічний простір.

Результати дослідження дозволяють більш ефективно використовувати метод RRT для планування траєкторії безпечного руху та забезпечує продуктивність, достатню для застосування в системах управління безпілотними апаратами в умовах реального часу..

Список використаної літератури

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. *Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proceedings of the 2015 IEEE 3rd International Conference*, Kyiv, 2015, pp. 275–279.
2. Skowron, M., Chmielowiec, W., Glowacka, K., Krupa, M., Srebro, A.: Sense and avoid for small unmanned aircraft systems: Research on methods and best practices. *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 233(16), pp. 6044–6062.
3. Abbasi, Y., Moosavian, S., Novinzadeh, A.: Formation control of aerial robots using virtual structure and new fuzzy-based self-tuning synchronization. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2017, vol. 39(12), pp. 1–14.

4. Kang, S., Choi, H., Kim, Y.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs using concept of elastic weighting factor. *Int. Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, pp. 75–84.
5. Patle, B.K., Babu L, G., Pandey, A., Parhi, D.R.K., Jagadeesh, A.: A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot. *Defence Technology*, 2019, vol. 15(4), pp. 582–606.
6. Short, A., Pan, Z., Larkin, N., van Duijn, S.: Recent progress on sampling based dynamic motion planning algorithms. *Advanced Intelligent Mechatronics: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference, USA, 2016*, pp. 1305–1311.
7. González, D., Pérez, J., Milanés, V., Nashashibi, F.: A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles. *IEEE Trans. on Intelligent Transp. Systems*, 2016, vol. 17(4), pp. 1135–1145.
8. Mujumdar, A., Padhi, R.: Reactive Collision Avoidance Using Nonlinear Geometric and Differential Geometric Guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34(1), pp. 303–310.
9. Sunkara, V. R., Chakravarthy, A.: Cooperative Collision Avoidance and Formation Control for Objects with Heterogeneous Shapes. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50(1), pp. 10128–10135.
10. Pietrzykowski, Z., Uriasz, J.: The Ship Domain – A Criterion of Navigational Safety Assessment in an Open Sea Area. *Journal of Navigation*, 2009, vol. 62, pp. 93–108.
11. Song, L., Chen, Z., Dong, Z., Xiang, Z., Mao, Y., Su, Y., Hu, K. Collision avoidance planning for unmanned surface vehicle based on eccentric expansion. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, vol. 16(3), pp. 1–9.
12. Zhang, M.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs based on modified tentacle algorithm in unstructured environments. *PLoS ONE*, 2017, vol. 12(8), e0182006.
13. Zhang, H., Perez Fernandez, R., De Baets, B.: Topologies induced by the representation of a betweenness relation as a family of order relations. *Topology and its applications*, 2019, vol. 258, pp. 100–114.
14. Tripathy, B. K., Arun, K. R.: Soft Sets and Its Applications. *Handbook of Research on Generalized and Hybrid Set Structures and Applications for Soft Computing*, IGI Global, 2016, pp. 65–85.
15. Al Ghour, S., Bin-Saadon, A.: On some generated soft topological spaces and soft homogeneity. *Heliyon*, 2019, vol. 5(7), e02061.
16. Ali, M.I., Mahmood, T., Rehman, M.M.U., Aslam, M.F.: On lattice ordered soft sets. *Applied Soft Computing*, 2015, vol. 36, pp. 499–505.
17. Li, Z., Xie, N., Gao, N.: Rough approximations based on soft binary relations and knowledge bases. *Soft Computing*, 2017, vol. 21, pp. 839–852.
18. Zharikova, M., Sherstjuk, V.: Case-based Approach to Intelligent Safety Domains Assessment for Joint Motion of Vehicles Ensembles. *Methods and Systems of Navigation and Motion Control: Proceedings of the 4th International Conference, Kyiv, 2016*, pp. 245–250.

References

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. *Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proceedings of the 2015 IEEE 3rd International Conference, Kyiv, 2015*, pp. 275–279. **doi: 10.1109/APUAVD.2015.7346620.**
2. Skowron, M., Chmielowiec, W., Glowacka, K., Krupa, M., Srebro, A.: Sense and avoid for small unmanned aircraft systems: Research on methods and best practices. *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 233(16), pp. 6044–6062. **doi: 10.1177/0954410019867802**
3. Abbasi, Y., Moosavian, S., Novinzadeh, A.: Formation control of aerial robots using virtual structure and new fuzzy-based self-tuning synchronization. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2017, vol. 39(12), pp. 1–14. **doi: 10.1177/0142331216649021**
4. Kang, S., Choi, H., Kim, Y.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs using concept of elastic weighting factor. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, pp. 75–84. **doi: 10.5139/IJASS.2013.14.1.75**
5. Patle, B.K., Babu L, G., Pandey, A., Parhi, D.R.K., Jagadeesh, A.: A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot. *Defence Technology*, 2019, vol. 15(4), pp. 582–606. **doi: 10.1016/j.dt.2019.04.011**
6. Short, A., Pan, Z., Larkin, N., van Duijn, S.: Recent progress on sampling based dynamic motion planning algorithms. *Advanced Intelligent Mechatronics: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference, USA, 2016*, pp. 1305–1311. **doi: 10.1109/AIM.2016.7576950**
7. González, D., Pérez, J., Milanés, V., Nashashibi, F.: A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, vol. 17(4), pp. 1135–1145. **doi: 10.1109/TITS.2015.2498841**
8. Mujumdar, A., Padhi, R.: Reactive Collision Avoidance Using Nonlinear Geometric and Differential Geometric Guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34(1), pp. 303–310. **doi: 10.2514/1.50923**

9. Sunkara, V. R., Chakravarthy, A.: Cooperative Collision Avoidance and Formation Control for Objects with Heterogeneous Shapes. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50(1), pp. 10128–10135. doi: **10.1016/j.ifacol.2017.08.1793**
10. Pietrzykowski, Z., Uriasz, J.: The Ship Domain – A Criterion of Navigational Safety Assessment in an Open Sea Area. *Journal of Navigation*, 2009, vol. 62, pp. 93–108. doi: **10.1017/S0373463308005018**
11. Song, L., Chen, Z., Dong, Z., Xiang, Z., Mao, Y., Su, Y., Hu, K. Collision avoidance planning for unmanned surface vehicle based on eccentric expansion. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2019, vol. 16(3), pp. 1–9. doi: **10.1177/1729881419851945**
12. Zhang, M.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs based on modified tentacle algorithm in unstructured environments. *PLoS ONE*, 2017, vol. 12(8), e0182006. doi: **10.1371/journal.pone.0182006**
13. Zhang, H., Perez Fernandez, R., De Baets, B.: Topologies induced by the representation of a betweenness relation as a family of order relations. *Topology and its applications*, 2019, vol. 258, pp. 100–114. doi: **10.1016/j.topol.2019.02.045**
14. Tripathy, B. K., Arun, K. R.: Soft Sets and Its Applications. *Handbook of Research on Generalized and Hybrid Set Structures and Applications for Soft Computing*, IGI Global, 2016, pp. 65–85. doi: **10.4018/978-1-4666-9798-0.ch005**
15. Al Ghour, S., Bin-Saadon, A.: On some generated soft topological spaces and soft homogeneity. *Heliyon*, 2019, vol. 5(7), e02061. doi: **10.1016/j.heliyon.2019.e02061**
16. Ali, M.I., Mahmood, T., Rehman, M.M.U., Aslam, M.F.: On lattice ordered soft sets. *Applied Soft Computing*, 2015, vol. 36, pp. 499–505. doi: **10.1016/j.asoc.2015.05.052**
17. Li, Z., Xie, N., Gao, N.: Rough approximations based on soft binary relations and knowledge bases. *Soft Computing*, 2017, vol. 21, pp. 839–852. doi: **10.1007/s00500-016-2077-2**
18. Zharikova, M., Sherstjuk, V.: Case-based Approach to Intelligent Safety Domains Assessment for Joint Motion of Vehicles Ensembles. *Methods and Systems of Navigation and Motion Control: Proceedings of the 4th International Conference, Kyiv, 2016*, pp. 245–250. doi: **10.1109/MSNMC.2016.7783153**