

УДК 004.986

<https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2021.1.14>

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

І.В. СОКОЛ

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-7324-1441

І.О. ДОРОВСЬКА

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0001-5990-0992

МЕТОД ПОШУКУ БЕЗПЕЧНИХ ТРАЄКТОРІЙ РУХУ БЕЗПІЛОТНИХ АПАРАТІВ

У статті запропоновано метод пошуку безпечних траєкторій руху в конфігураційному просторі, поданому м'якою наближеною або м'якою нечітко-наближеною топологією, що використовує коридори безпечного руху, засновані на суперпозиції багаторівневих доменів безпеки. Метод використовує модель конфігураційного простору, яку подано у вигляді дворівневої динамічної топології, що враховує визначені багаторівневі домени безпеки різних розмірів і форм. На першому рівні моделі визначаються м'які «вільний для руху» підпростір та підпростір перешкод, на другому рівні отримані м'які підпростори розбиваються на м'які наближені просторові елементи, що мають різні ступені безпеки та розмиті межі. Запропонований метод пошуку безпечних траєкторій руху послідовно звужує конфігураційний простір, використовуючи метод потенційних полів та метод пошуку подібних просторових конфігурацій із застосуванням евристики, заснованої на нелінійних властивостях дискретного простору пошуку, що дозволяє забезпечити продуктивність кінцевого пошуку безпечних траєкторій за методом RRT, достатню для динамічного планування спільного руху в системах управління безпілотними апаратами в реальному часі. Нелінійну евристику засновано на оцінці об'єму передискретизації й надто широкого розподілу випадкових точок та забезпечено адекватне врахування умов взаємодії й динаміки спільного руху безпілотних апаратів. Використання запропонованого методу дозволяє зменшити розмірність простору пошуку, що забезпечує продуктивність, достатню для динамічного планування спільного руху в системах керування реального часу.

Ключові слова: безпілотний апарат, конфігураційний простір, локальний пошук шляху, домен безпеки, безпечна траєкторія, коридор безпечного руху, м'яка топологія.

В.Г. ШЕРСТЮК

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-9096-2582

Р.М. ЛЕВКІВСЬКИЙ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-9280-8098

В.М. ГУСЄВ

Херсонська державна морська академія

ORCID: 0000-0001-7775-2276

І.В. СОКОЛ

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-7324-1441

І.О. ДОРОВСЬКА

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0001-5990-0992

МЕТОД ПОИСКА БЕЗОПАСНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ АППАРАТОВ

В статье предложен метод поиска безопасных траекторий движения в конфигурационном пространстве, представленном мягкой приближенной или мягкой нечетко-приближенной топологией, использующий коридоры безопасного движения, основанные на суперпозиции многоуровневых доменов безопасности. Метод использует модель конфигурационного пространства, представленную в виде двухуровневой динамической топологии, учитывающий заданные многоуровневые домены безопасности различных размеров и форм. На первом уровне модели определяются мягкие «свободное для движения» подпространство и подпространство препятствий, на втором уровне полученные мягкие подпространства разбиваются на мягкие приближенные пространственные элементы, имеющие различные степени безопасности и размытые границы. Предложенный метод поиска безопасных траекторий движения последовательно сужает конфигурационное пространство, используя метод потенциальных полей и метод поиска подобных пространственных конфигураций с применением эвристики, основанной на нелинейных свойствах дискретного пространства поиска, что позволяет обеспечить производительность конечного поиска безопасных траекторий методом RRT, достаточную для динамического планирования совместного движения в системах управления беспилотными аппаратами в реальном времени. Нелинейная эвристика основана на оценке объема секторных ячеек в сферической топологии, за счет чего ограничено влияние негативных явлений передискретизации и слишком широкого распределения случайных точек, а также обеспечен адекватный учет условий взаимодействия и динамики совместного движения беспилотных аппаратов. Использование предложенного метода позволяет уменьшить размерность пространства поиска и обеспечивает производительность, достаточную для динамического планирования совместного движения в системах управления реальном времени.

Ключевые слова: беспилотный аппарат, конфигурационное пространство, локальный поиск пути, домен безопасности, безопасная траектория, коридор безопасного движения, мягкая топология.

V.G. SHERSTJUK

Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0002-9096-2582

R.N. LEVKIVSKYI

Kherson State Maritime Academy
ORCID: 0000-0001-9280-8098

V.N. GUSEV

Kherson State Maritime Academy
ORCID: 0000-0001-7775-2276

I.V. SOKOL

Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0002-7324-1441

I.O. DOROVSKAJA

Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0001-5990-0992

METHOD OF SEARCH FOR SAFE MOTION TRAJECTORIES OF UNMANNED DEVICES

This paper proposes a method for planning safe trajectories in a configuration space represented by a soft rough or soft fuzzy-rough topology, which uses safe motion corridors based on the superposition of multilevel safety domains. The method uses a model of configuration space, which is defined by a two-level dynamic soft topology, which takes into account certain multi-level safety domains of different sizes and shapes. At the first level of the model, soft "free for movement" subspace and subspace of obstacles are defined, while at the second level the obtained soft subspaces are divided into soft rough spatial elements with different degrees of safety and blurred boundaries. The proposed method of planning safe trajectories of the joint motion consistently narrows the configuration space using the method of potential fields and the method of finding similar spatial configurations using heuristics based on nonlinear properties of discrete search space, which allows to ensure the performance of the final search for safe trajectories sufficient for planning safe trajectories in unmanned vehicle control systems in real time. Nonlinear heuristics are based on estimating the volume of sector cells in a spherical topology, which restrict the impact of negative phenomena of oversampling and too wide distribution of random points and ensures adequate consideration of the conditions of interaction and dynamics of joint motion of unmanned vehicles. The use of the proposed method reduces the dimension of the search space, which provides performance sufficient for dynamic planning of the joint motion of unmanned vehicles in real-time control systems.

Keywords: unmanned vehicle, configuration space, local path planning, safety domain, safe trajectory, safe motion corridor, soft topology.

Постановка проблеми

Технічний прогрес стимулює застосування великих груп безпілотних апаратів (БА) для вирішення низки задач, небезпечних для життя та здоров'я людини. Так, операції промислового рибальства, що характеризуються невизначеністю та динамікою цілей, можуть виконуватися гетерогенною групою автономних БА, які спільно і одночасно за певними ролями виконують сценарії в межах призначених їм місій для досягнення заданої спільної мети – вилову риби. Рухаючись запланованими траєкторіями до заданих цілей, БА мають підтримувати визначену просторову конфігурацію, уникати перешкод та зіткнень із іншими рухомими об'єктами, зберігаючи від них безпечну відстань [1]. Оскільки середовище руху є динамічним, непередбачуваним і лише частково спостережуваним, під час спільного руху БА за попередньо запланованими траєкторіями виникають ситуаційні збурення, які змушують БА маневрувати. Проте, зміна траєкторії руху одним БА може відчутно впливати на траєкторії руху інших БА, збурюючи їх та вимагаючи змінити траєкторію руху, сценарій або навіть план виконання місії. Отже, під час управління спільним рухом динаміка середовища створює для бортової системи управління БА необхідність вирішувати задачу динамічного планування траєкторій руху в реальному часі, реагуючи на ситуаційні збурення. Вирішення цієї задачі ускладнюється наявними обмеженнями часу, технічних можливостей, параметрів БА, їх відносного просторового положення, динамікою цілей та непередбачуваністю їх поведінки.

Вплив низки факторів невизначеності та обмежень в часі відносять задачу динамічного планування безпечних траєкторій руху до класу складних і важкоформалізованих, тому в динамічному і слабкоструктурованому середовищі її неможливо розв'язати відомими методами планування у реальному часі, оскільки одночасне маневрування множини БА обумовлює ітеративні обчислення [2], які мають тим більшу обчислювальну складність, чим більше рухомих об'єктів зосереджено у межах простору взаємодії. Отже, існує протиріччя між складністю задачі динамічного планування безпечних траєкторій спільного руху та необхідністю її вирішення в реальному часі.

Питання керування спільним рухом знайшли своє відображення в роботах багатьох вітчизняних і зарубіжних вчених, однак, на даний час ці питання відпрацьовані недостатньо, а проблеми управління спільним рухом БА є надто далекими від вичерпного рішення, що робить задачу динамічного планування безпечних траєкторій руху БА актуальною та обумовлює гостру потребу у створенні нових високоефективних моделей і методів динамічного планування безпечних траєкторій спільного руху.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблема динамічного планування спільного руху БА є предметом інтересу багатьох дослідників, що відображено у численних публікаціях. В задачах глобального планування визначають траєкторію руху від певної вихідної точки до заданої цільової точки з урахуванням заданих критеріїв. Методи глобального планування використовують інформацію, яка відома про середовище руху апіорі, в тому числі розташування статичних перешкод. Однак, динамічні збурення, які є ситуаційними перешкодами, вимагають повторного планування траєкторій для врахування обставин, які не були враховані під час початкового планування через існуючу невизначеність [3].

Вирішення цієї задачі є основним предметом розгляду цієї статті. На даний момент запропоновано низку підходів та безліч алгоритмів планування траєкторій, пов'язаних із плануванням руху БА. Наразі, існує евристичний підхід та відповідні алгоритми, такі як алгоритми Дейкстри, A*, D*, але добре відомо, що такі алгоритми мають високу обчислювальну складність, тому їх не можна використовувати для перепланування в реальному часі [4].

Якщо розглядати спільний рух БА у просторі C , то кожен БА має виконувати заданий сценарій, рухаючись заздалегідь спланованим шляхом P_i , що може бути поданий як послідовність точок шляху (WP) або як послідовність пар "точка часу – точка шляху" (TP-WP), які визначають бажані просторові конфігурації групи БА, задані в певні моменти часу, що подаються TP. Отже, траєкторія (шлях) руху P_i може бути представлена у вигляді послідовності $P_i = [(TP_{i1}, WP_{i1}), \dots, (TP_{ij}, WP_{ij}), \dots, (TP_{in}, WP_{in})]$, $TP_{i1} < TP_{ij} < TP_{in}$, визначеної на певному інтервалі часу, яку зручно використовувати для управління рухом БА [5].

Більшість більш-менш придатних підходів до побудови траєкторій руху пов'язані з використанням глобальних методів планування шляху, систематичний огляд яких представлений в [6]: RM-підхід на основі карт маршрутів, заснований на алгоритмі побудови графу видимості або на алгоритмі побудови діаграми Вороного, підхід на основі розкладання клітин, підхід на основі штучних потенційних полів та підхід на основі побудови випадкової вибірки. Останній включає імовірнісний метод карт маршрутів (PRM) та метод швидкого росту випадкових дерев (RRT). В системах управління БА найчастіше застосовуються саме два останні методи [7].

Для вирішення проблем керування спільним рухом БА більш важливими є питання динамічного планування траєкторій руху у середовищах, які змінюються з часом або є не зовсім спостережуваними, які відносяться до локальних методів планування шляху. Оскільки БА рухається, він піддається значному впливу як динамічних (вітер, хвилі, течії, тощо), так і ситуаційних (рухомі об'єкти, що порушують його траєкторію) збурень. Кожного разу, якщо виникає таке збурення, система управління БА має реагувати та відповідно маневрувати, щоб уникнути зіткнення. Водночас, має зберігатися задана просторова конфігурація (тобто відносне взаємне положення БА має зберігатися під час виконання місії) та забезпечуватись безпечна відстань від інших рухомих об'єктів та перешкод. Отже, попередньо заплановану траєкторію руху P_i може бути змінено, що змусить інших учасників спільного руху також коригувати свої траєкторії руху.

Отже, щоб адаптувати траєкторію руху БА до динамічних змін середовища, потрібно її динамічно оновлювати відповідно до збурень. Таке динамічне оновлення може бути зведено до задачі динамічного планування шляху [8], яку можна вирішити шляхом перепланування певних фрагментів шляху або коригування параметрів руху. Беручи до уваги обмежені обчислювальні можливості бортових систем управління БА, а також брак часу на уникнення зіткнень та перешкод, для перепланування шляху P_i слід використовувати досить ефективні методи, отже, для реагування на збурення в динамічному середовищі треба забезпечити можливість реактивного планування безпосередньо під час руху, тобто в реальному часі. Отже, алгоритм планування руху в реальному часі не може бути ітеративним.

Метод штучних потенційних полів розглядає перешкоди в якості відразливих полів, тоді як цілі – в якості привабливих полів. Отже, рух БА спрямовується до привабливих точок простору, уникаючи при цьому відразливих точок. Однак, методи штучних потенційних полів, як правило, використовують ітеративні методи оптимізації, що робить їх обчислювально інтенсивними та обмежено придатними для вирішення задач реактивного планування траєкторій [9].

Методи випадкової вибірки виникли як потужний інструмент для планування шляху у конфігураційних просторах великих розмірів, їх алгоритми є одночасно ефективними та простими у реалізації. Однак, методи локального планування з кількома запитами (PRM, DRM) мають такі суттєві недоліки, як прямий рівномірний розподіл вибірки та неявне подання простору, що потребує інтенсивних попередніх обчислень. Крім того, алгоритм PRM не гарантує найкоротших траєкторій [10].

На відміну від локальних методів планування з кількома запитами, в методах, що працюють на основі одного запиту, таких як RRT, попередні обчислення відсутні. Хоча це дає можливість створювати невеликі карти маршрутів на льоту, метод RRT є надто схильним до передискретизації. Крім того, методи, засновані на випадкових вибірках, не є повноцінними, оскільки не забезпечують повноту пошуку – вони не працездатні в таких ситуаціях, коли не може бути знайдено жодного існуючого шляху [11].

Для подолання вищезазначених недоліків доцільно розробити гібридний метод, що поєднує існуючий метод RRT з методом штучних потенційних полів, які мають доповнювати один одного. Щоб нівелювати проблеми вибірки, нам слід розробити таку модель конфігураційного простору, яка не буде вимагати ітеративних обчислень, що може зменшити обчислювальну складність.

Ключовим аспектом поєднання методів RRT та штучних потенційних полів є побудова просторової моделі, заснованої на топологічній моделі, наділеній метричними властивостями, що дозволить уникнути інтенсивних розрахунків, для чого можуть бути використані добре відомі геометричні підходи, засновані на відносних просторових оцінках (так звані «точки зіткнення»), такі як «конуси», «області безпеки», «точки наближення» тощо [12].

Мета дослідження

Цю статтю спрямовано на розробку гібридного методу пошуку безпечних траєкторій руху в контексті керування спільним рухом БА, що поєднує метод RRT з методом штучних потенційних полів. Ця задача відноситься до класу локальних задач планування траєкторій руху БА, тобто планування в реальному часі, безпосередньо під час руху, що вимагає пом'якшення умов невизначеності. Щоб подолати проблему обчислювальної складності, використано топологічну модель простору з використанням дискретизації м'якою множиною.

Для побудови гібридного методу використано конфігураційний простір, що може бути поданий м'якою наближеною або нечітко-наближеною топологією, в межах якого на основі суперпозиції багаторівневих доменів безпеки можуть бути визначені коридори безпечного руху.

Метою дослідження є побудова гібридного методу пошуку безпечних траєкторій руху БА, що за рахунок використання запропонованих евристик зменшує розмірність простору пошуку випадкових точок визначеними коридорами безпечного руху та дозволяє отримати продуктивність пошуку безпечних траєкторій за методом RRT, достатню для динамічного планування спільного руху в реальному часі.

Викладення основного матеріалу дослідження**Постановка задачі динамічного планування безпечного спільного руху**

Нехай позиція кожного БА в просторі та параметри його руху визначаються множиною з k параметрів. Кожний БА є рухомою точкою в k -вимірному конфігураційному просторі C .

Конфігурація q є одиничною точкою в конфігураційному просторі C . Конфігурація q є безпечною, якщо БА в точці q не взаємодіє ні з одною з перешкод або з іншими рухомими об'єктами.

Вільний для руху підпростір \mathcal{F} є підмножиною всіх безпечних конфігурацій з C . Обмежений для руху підпростір \mathcal{B} є доповненням \mathcal{F} до C : $\mathcal{B} = C \setminus \mathcal{F}$.

Задачу планування траєкторії БА U_i може бути подано як задачу пошуку шляху P_i з певної стартової конфігурації q_s до цільової конфігурації q_t , такого що повністю міститься у вільному для руху просторі \mathcal{F} . Планування траєкторій завжди виконується в межах конфігураційного простору C .

Шлях P_i визначається неперервною послідовністю конфігурацій.

Динамічне планування траєкторії в момент t визначається як зміна шляху P_i з поточної конфігурації $q(t)$ до цільової конфігурації q_t щоразу, коли зміна конфігураційного простору C виводить будь-які фрагменти шляху P_i за межі вільного для руху підпростору \mathcal{F} (тобто, коли будь-який фрагмент P_i потрапляє до підпростору \mathcal{B}).

Просторова модель задачі динамічного планування траєкторій руху

Нехай T - множина відліків часу. Побудуємо дискретну модель часу за допомогою відношення суворого порядку $<_r$, таку що $T = ([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta t), <)$.

Побудуємо тривимірний евклідов простір C , дискретизований однорідною метричною сіткою D координатних прямих так, що D утворює тривимірний масив ізометричних кубічних комірок $\{d_{xyz}\}$, де x, y, z є індексами, що відповідають всім простору C . Будемо розглядати комірку як однорідну тривимірну фігуру (куб), що має розмір $\delta \times \delta \times \delta$ та наділена властивістю об'єму. Якщо у D визначити функцію відстані (метричну функцію) ξ_D , таку що $\xi_D: D \times D \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$, отримаємо дискретний метричний простір (D, ξ_D) , який за допомогою рефлексивного, симетричного та транзитивного відношення нерозрізненості $\mathfrak{R}_D \subseteq D \times D$ може бути подано як топологічний простір \mathcal{T}_D .

Будемо використовувати (D, ξ_D) як просторову модель для задачі динамічного планування траєкторій, де будь-який об'єкт (в т.ч. БА) може займати або одну комірку, або певну множину суміжних комірок, а його рух може бути подано як зміну його позиції у просторі (D, ξ_D) впродовж певного інтервалу часу, заданого на T , яку може бути визначено за допомогою функції $Pos(A_i)$, заснованої на метриці ξ_D .

Домени безпеки, що традиційно використовуються як засіб визначення безпечності руху, побудуємо на основі дискретизації сфери з відкритим радіусом та центром в певній комірці $d_i \in D$, за допомогою кутової сітки координатних ліній з рівними кутами та рівномірним дискретним радіусом, що ділять її на m кутових дискретних елементів, а радіус – на однорідні дискретні елементи Δl , спрямовані від центру сфери назовні. Отже, отримуємо дискретну сферу W , що є множиною секторальних комірок w_{ijk} , які є її найменшими елементами, однорідними за їх внутрішністю (інтер'єром).

Простори D та W поєднуються між собою за допомогою ізометричної бієкції $\chi: D \leftrightarrow W$, яка дозволяє взаємно перетворювати прямокутні координати, визначені у сітці D , та полярні координати, визначені у сферичній сітці W , а отже, $\chi: \xi_D \leftrightarrow \xi_W$. Відзначимо, що метрика ξ_W може бути нелінійною, якщо її засновано на об'ємних властивостях секторальних комірок. В будь-якому разі, метрика ξ_W дозволяє визначити відношення нерозрізненості $\mathfrak{R}_W \subseteq W \times W$ за множиною всіх секторальних комірок, що містяться в дискретній сфері W , та на його основі подати відповідний сферичний топологічний простір \mathcal{T}_W , який також може бути нелінійним.

За допомогою відношення часткового порядку $'_r$, що упорядковує межі $r_0(t), \dots, r_m(t)$ по відношенню до певної шкали $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$, так що $r_0(t)'_r \dots'_r r_m(t)$, на дискретному сферичному просторі може бути побудовано багаторівневі сферичні або, за певних умов, несферичні багаторівневі домени безпеки, що подаються тривимірними просторовими областями (рис. 1). Всі секторальні комірки

топології \mathcal{T}_W , що зосереджені всередині певного i -го домену безпеки ω_i , мають оцінку небезпеки λ_i відповідно до табл. 1.

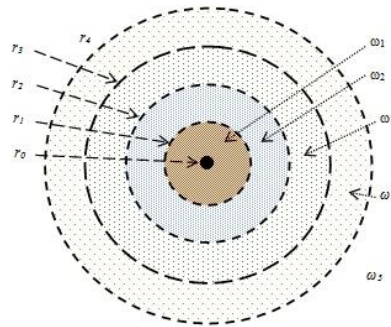


Рис. 1. Багаторівневі сферичні домени безпеки

Побудова конфігураційного простору для пошуку безпечних траєкторій спільного руху

Конфігураційний простір подаємо у вигляді м'якої топології. Її перший рівень засновано на віднесенні стану комірок до множини можливих станів Y (табл. 2).

Таблиця 1

Визначення багаторівневих доменів безпеки

Домен безпеки, ω	Межа, r	Ступінь небезпеки, λ	Рівень безпеки
ω_5	$r_5(t)$	0	Безпечно
ω_4	$r_4(t)$	0,2	Майже безпечно
ω_3	$r_3(t)$	0,4	Суперечливо
ω_2	$r_2(t)$	0,6	Небезпечно
ω_1	$r_1(t)$	0,8	Критично
ω_0	$r_0(t)$	1	Заборонено

Таблиця 2

Визначення можливих станів комірок просторової моделі

Стан	Значення	Категорія	Підпростір	Потенційне поле
y_0	вільна комірка	Вільна	\mathcal{F}	Привабливе
y_1	ціль	Зайнята	\mathcal{B}	
y_2	містить перешкоду			
y_3	рухомий об'єкт (свій)			
y_4	рухомий об'єкт (чужий)			Відразливе

Нехай $Y(t) = \{y_i(t)\}_{i=0}^k$ - множина можливих станів комірок $w_{ijk} \in W$ потужністю $k + 1$. Оскільки стан комірок залежить від часу, множина Y є динамічною. Розбиття конфігураційного простору S на підпростори \mathcal{F} та \mathcal{B} також є динамічним.

Розглянемо універсум W , вважаючи елементи множини Y як параметри.

Пара (Y, Y) утворює м'яку множину комірок [13], що є параметризованим сімейством підмножин множини комірок W , якщо Y є відображенням Y у множину всіх підмножин множини W , $Y: y_i \rightarrow 2^W$. Тоді $Y_i = (Y, y_i)$, $y_i \in Y$ є y_i -елементом м'якої множини тобто множиною y_i -апроксимованих елементів м'якої множини, а (Y, Y) подає W як $Y = \cup \{Y_i\}_{i=1}^k$, тобто як об'єднання всіх k її y_i -елементів, які складають безліч пар $Y_i = \{(Y, y_i) : y_i \in Y, (Y, y_i) \in 2^W\}$ [14].

Задаємо на множині комірок W динамічне відношення y_i -нерозрізненості

$$(\forall y_i \in Y) \mathfrak{R}_W^{y_i}(t) = \{(w_m, w_n) \in W \times W \mid y_i(w_m, t) = y_i(w_n, t)\}.$$

Тоді кожний y_i -елемент Y_i розбиває W на класи еквівалентності, що визначені відношенням y_i -нерозрізненості $\mathfrak{R}_W^{y_i}(t)$ в момент часу t , а отже, є фактор-множиною $W / \mathfrak{R}_W^{y_i}(t)$, що містить всі класи еквівалентності W наведені відношенням $\mathfrak{R}_W^{y_i}(t)$. Отже, пара $apr_W = (W, \mathfrak{R}_W^{y_i}(t))$ утворює динамічний простір апроксимації, що визначає динамічну м'яку топологію $Def(apr_W)$ та динамічний м'який топологічний простір $\mathcal{T}_W^{\mathfrak{R}_W^{y_i}}(t) = (W, Def(apr_W))$ [15].

Другий рівень м'якої множини розбиває елементи першого рівня м'якої множини на класи еквівалентності, що відповідають нерозрізненості комірок за ступенем їх безпеки.

Нехай $L(t) = \{\lambda_j(t)\}_{j=0}^q$ - шкала ступенів безпеки комірок $w_{ijk} \in W$, така що $\lambda_0(t) \dots \lambda_q(t)$

Оскільки стан комірок залежить від часу, множина L теж є динамічною.

На другому рівні кожний Y_i -елемент м'якої множини $(Y(t), Y)$ розбивають на зони безпеки відповідно до ступеня безпеки $\lambda_0, \dots, \lambda_q$ комірок.

Нехай $(Y(t), Y)$ - м'яка множина, така що $Y(t) = \cup_{i=1}^k Y_i(t)$, $Y_i(t) = \{(Y(t), y_i) : y_i \in Y, (Y(t), y_i) \in 2^W\}$. Нехай $\mathfrak{R}_{Y_i(t)}^{\lambda_j}$ є відношенням λ_j -нерозрізненості, визначеним на y_i -елементі $Y_i(t)$ м'якої множини $(Y(t), Y)$, таким що

$$(\forall \lambda_j)_{i=0}^q \mathfrak{R}_{Y_i(t)}^{\lambda_j} = \{(w_m, w_n) \in W_j \times W_j \mid w_m \in Y_i(t), w_n \in Y_i(t)\}.$$

Отримуємо λ_j -апроксимацію кожного з y_i -елементів множини $(Y(t), Y)$.

Наразі, $((Y(t), Y), L(t))$ є динамічною бі-м'якою (дворівневою) множиною.

Динамічна дворівнева топологія $\tilde{\mathcal{T}}(t) = (apr_W, Def(apr_{Y_i(t)}))$ є розбиттям y_i -елементів м'якої множини $(Y(t), Y)$ на підмножини апроксимації $Y_{ji}(t)$, які є λ_j -піделементами y_i -елементів множини $((Y(t), Y), L(t))$. Кожен елемент $Y_{ji}(t)$ утворює м'яку топологію $\mathcal{T}_{ji}(t)$ [16].

Пара $apr_{Y_i(t)} = (Y_i(t), \mathfrak{R}_{Y_i(t)}^{\lambda_j})$ визначає динамічний апроксимаційний простір на другому рівні, а отже,

$$\tilde{\mathcal{T}}(t) = ((W, \mathfrak{R}_W^{y_i}(t)), Def(Y_i(t), \mathfrak{R}_{Y_i(t)}^{\lambda_j}))$$

є динамічною бі-м'якою топологією, яка подає конфігураційний простір (рис. 2) [17].

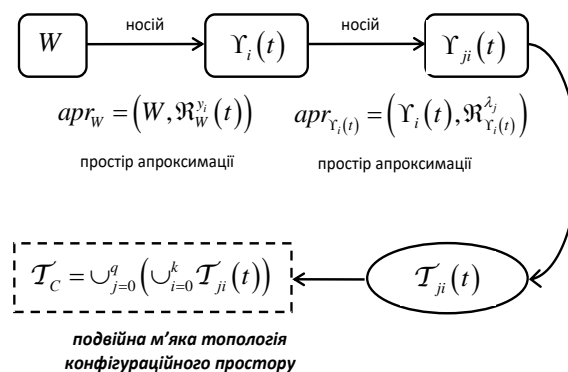


Рис. 2. Побудова динамічної бі-м'якої топології, що подає конфігураційний простір

Необхідність використання дворівневої м'якої множини впливає з того, що кожна комірка може бути віднесена до певного ступеня небезпеки або безпеки безвідносно її стану – тобто, від того чи вільна вона для руху, чи в ній знаходиться певний рухомий об'єкт (рис. 3).

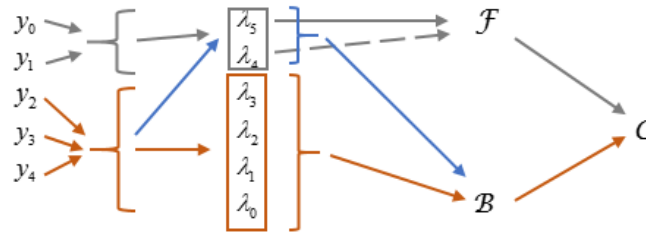


Рис. 3. Визначення простору вільного руху у динамічній бі-м'якій топології

Побудова потенційних полів у конфігураційному просторі

На першому етапі динамічного планування траєкторії руху БА використовуємо метод потенційних полів. Всі раніше визначені точки шляху та цілі вважатимемо аттракторами, тобто різноманіттями, які притягають БА в процесі руху, а всі перепони та рухомі об'єкти, що оточують БА, будемо вважати репеллерами, тобто різноманіттями, які відштовхують БА. На цьому етапі евристика полягає в тому, що репеллери відсікають небезпечні області з поверхні дозволеного руху, зрізаючи небезпечну частину з цієї поверхні за заданим пороговим рівнем.

Будемо використовувати суперпозицію ступенів небезпеки для всіх комірок, які містять репеллери, у певних тривимірних областях, та переходимо до порядкової шкали. Надбудовуємо над просторовою моделлю додатковий вимір з віссю значень в діапазоні $[-1, 1]$ та отримуємо поверхню дозволеного руху.

Далі за алгоритмом Дейкстри перевіряємо наявність неперервного шляху P_i від поточної конфігурації $q(t)$ до цільової конфігурації q_t , та за його відсутності маємо зменшувати пороговий рівень відсічі до тих пір, поки за наявних умов руху неперервний шлях не з'явиться. Це дасть нам можливість визначити максимально допустиме значення ступеня небезпеки для подальшого використання доменів безпеки.

Отже, на цьому етапі динамічного планування траєкторії руху БА наш алгоритм дій є наступним:

1. Розміщуємо у комірках дискретного простору D всі заплановані конфігурації та відповідні аттрактори (y_0, y_1) .

2. Розміщуємо у комірках дискретного простору D всі репеллери, тобто відомі на поточний момент перешкоди, рухомі об'єкти та ситуаційні збурення (y_2, y_3, y_4) .

3. Визначаємо ступінь небезпеки λ_d для всіх комірок простору D , що відповідають репеллерам.

4. Вираховуємо суперпозицію значень ступенів небезпеки множини клітинок, що містяться у тривимірній області ∂ : $\lambda_\partial = \bigoplus_d \lambda_d$.

5. Перетворюємо оцінку ступеня небезпеки λ_∂ за визначеною порядковою шкалою \mathcal{G} , використовуючи функцію $\theta: \lambda_\partial \rightarrow \mathcal{G}$.

6. Надбудовуємо над площиною Δ додатковий (четвертий) вимір з віссю значень в діапазоні $[-1, 1]$, робимо відповідні отриманим значенням \mathcal{G}_∂ дискретні відліки для кожного стовпчика ∂ та отримуємо тривимірну поверхню дозволеного руху.

7. Репеллери відсікають небезпечні області з тривимірної поверхні дозволеного руху через відповідний зріз поверхні за заданим пороговим рівнем τ .

8. Процес пошуку неперервного шляху від поточної конфігурації $q(t)$ до наступної цільової конфігурації q_t починають із значення порогового рівня $\tau = 1$ з виконанням τ -зрізу поверхні:

- якщо неперервний шлях P_i від $q(t)$ до q_t існує, на цьому пошук закінчується і обмежений простір D^* , що охоплює винайдений шлях P_i (тобто, мінімальний простір, в який вписано винайдений маршрут P_i), повертаємо для побудови безпечних траєкторій.

- якщо неперервний шлях від $q(t)$ до q_t не знайдено, знижуємо пороговий рівень τ та повертаємось до виконання τ -зрізу поверхні.

З міркувань безпеки, кінцеве значення τ не може бути менше 0,75. Якщо неперервний шлях P_i не вдається побудувати, навіть знижуючи значення τ до 0,75, це означає, що задача динамічного планування не може бути вирішена за наявних умов, отже, необхідно змінити певні умови, наприклад, обрати іншу цільову точку q_t .

Суміщення м'яких топологій, що враховує щільність

На другому етапі суміщується динамічна м'яка топологія, що подає конфігураційний простір, з м'якими сферичними топологіями, що подають багаторівневі домени безпеки (рис. 4).

Евристика полягає в тому, що, використовуючи нелінійність об'єму секторних комірок та знайдений на попередньому етапі пороговий рівень відсічі, прибираємо з розгляду всі ті тривимірні області, які подають домени безпеки на рівнях, вищих або рівних максимально допустимого ступеню небезпеки, що дозволяє звужити простір пошуку шляхів.

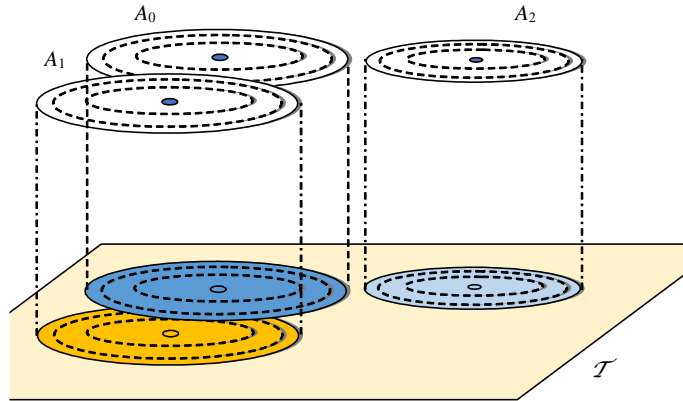


Рис. 4. Суміщення топології конфігураційного простору з топологіями domenів безпеки

Нехай $w_{ijk} \in W$ - секторна комірка, V_{ijk} - її об'єм, а λ_{ijk} - її ступінь безпеки. Алгоритм суміщення топологій є наступним:

1. Обчислюємо безпекову щільність σ_{ijk} кожної комірки w_{ijk} як $\sigma_{ijk} = \lambda_{ijk} / V_{ijk}$.

2. Відображаємо секторні комірки w_{ijk} у відповідні кубічні комірки $d_{xyz} \in D^*$. Ступінь відповідності враховуємо за допомогою коефіцієнту перекриття γ_{ijk} . Оскільки кубічна комірка d_{xyz} має об'єм $V_{xyz} = \delta^3$, коефіцієнт перекриття обраховується як $\gamma_{ijk} = V_{ijk} / V_{xyz}$.

Секторна комірка w_{ijk} може міститися в кубічній комірці d_{xyz}

- повністю ($\gamma_{ijk} = 1$)
- частково ($0 < \gamma_{ijk} < 1$)
- або зовсім не міститися ($\gamma_{ijk} = 0$).

4. Множина секторних комірок $\{w_1, \dots, w_k\}$, які мають різну безпекову щільність ($\sigma_1, \dots, \sigma_k$), може накладатися на певну кубічну комірку d_{xyz} одночасно. Отже, обчислюємо відносну безпекову щільність кожної кубічної комірки $d_{xyz} \in D^*$ як $\rho_{xyz} = \sum_{i=1}^k (\gamma_i \cdot \sigma_i) / k$.

5. Обчислюємо для кожної кубічної комірки $d_{xyz} \in D^*$ безпекову щільність, віднесену до об'єму комірки $\psi_{xyz} = \rho_{xyz} / V_{xyz}$.

Побудова коридору безпечного руху

На третьому етапі будуємо багаторівневі конуси зіткнень, які дозволяють прибрати всі м'які елементи з рівнем безпеки, меншим допустимого, з обмеженого на попередніх етапах конфігураційного простору.

Алгоритм побудови коридорів безпечного руху є наступним:

1. Будуємо топологічний простір \mathcal{T}_w навколо БА u_1 з центром в його позиції $Pos(u_1, t)$

2. Будуємо багаторівневі конуси зіткнень для кожного u_i , що присутній в області взаємодії.

3. Для кожної клітинки топологічного простору \mathcal{T}_w визначаємо рівень безпеки $\mathcal{G}_w(t) = \bigoplus_{j=1}^q (\psi_{ij}(t))$.

4. Переходимо до топологічного простору \mathcal{T}_d та обчислюємо рівень безпеки у його клітинках, що містяться у просторі взаємодії, виходячи з стартових умов $\mathcal{G}_d = 1$, $\mathcal{G}_d(t) = 1 - \mathcal{G}_w(t)$.

5. Обираємо ті клітини \mathcal{T}_D , що відповідають y_0 - та, можливо, y_1 -елементам конфігураційного простору.

6. Будуємо відношення нерозрізненості $R_D^{g_d}$ на множині клітинок D :

$$R_D^{g_d} = \{(d_m, d_n) \in D \times D \mid f(d_m, g_d) = f(d_n, g_d)\}.$$

7. Вважаючи $apr_D^{g_d} = (D, R_D^{g_d})$ наближеним простором апроксимації Павлака [18], будуємо м'яку наближену множину, що подає коридор безпечного руху:

$$\begin{aligned} \underline{\Upsilon}_D(g_d, t) &= \{\forall g_d \in \Omega(R_D^{g_d}(d) \subseteq \Upsilon_D(g_d, t) \mid d \in D)\} \\ \overline{\Upsilon}_D(g_d, t) &= \{\forall g_d (R_D^{g_d}(d) \cap \Upsilon_D(g_d, t) \neq \emptyset \mid d \in D)\} \end{aligned}$$

8. Будуємо м'яку нечітко-наближену множину

$$\hat{\Upsilon}_D(t) = \left\{ (g_d, \{\underline{\Upsilon}_D(g_d, t), \overline{\Upsilon}_D(g_d, t)\}) : \forall g_d \in \Omega, \Upsilon_D(g_d, t) \in 2^D \right\},$$

що подає g_d -рівневий динамічний нечітко-наближений топологічний простір:

$$\hat{\mathcal{T}}_D(t) = \bigcup_{i=1}^m \hat{\mathcal{T}}_D^{g_{d_i}}(t) = \bigcup_{i=1}^m (D, Def(\hat{\Upsilon}_D(g_{d_i}, t)))$$

який є м'яким об'єднанням g_d -елементарних коридорів руху на момент t (рис. 5) [19].

9. Будуємо відношення толерантності $\hat{R}_R^{g_d}$ на множині тривимірних просторових областей \mathcal{R} , що утворює класи толерантності $\hat{R}_R^{g_d}(r)$ та наближену область апроксимації $apr_R^{g_d} = (\mathcal{R}, \hat{R}_R^{g_d})$.

Отримуємо відповідний динамічний топологічний простір $\hat{\mathcal{T}}_R^{g_d}(t) = (\mathcal{R}, Def(apr_R^{g_d}))$.

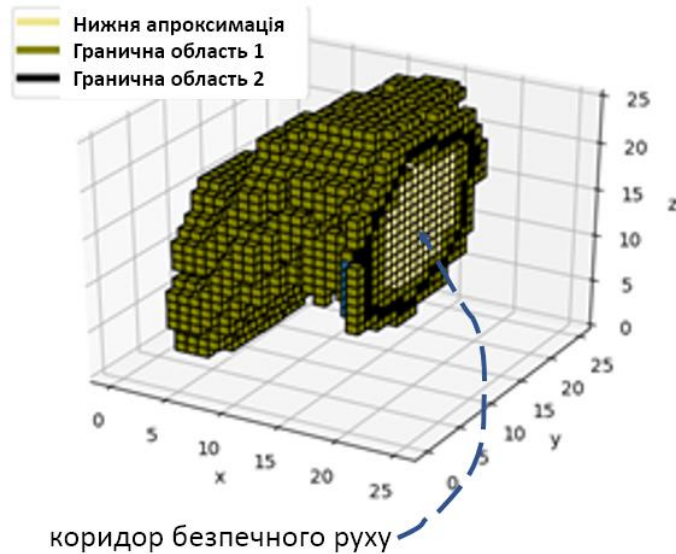


Рис. 5. Визначення м'якого наближеного коридору руху

10. Будуємо інтер'єр та замикання топологічного простору $\hat{\mathcal{T}}_R^{g_d}(t)$ на момент розгляду t .

11. Дискретизуємо тривимірний топологічний простір на двовимірні дискрети χ_j у потрібній площині для кожного моменту часу t_j .

12. Отримуємо подання вільного для безпечного руху простору \mathcal{F} , що є множиною винайдених коридорів руху, який подається g_d -рівневим м'яким нечітко-наближеним топологічним простором $\hat{\mathcal{T}}_D^{g_d}(t)$.

Отже, отримуємо коридор безпечного руху, поданий за допомогою м'якої наближеної або м'якої нечітко-наближеної топології, та визначаємо «вільний для руху» підпростір конфігураційного простору, який звужується до меж наявних коридорів руху (рис. 6) [20].

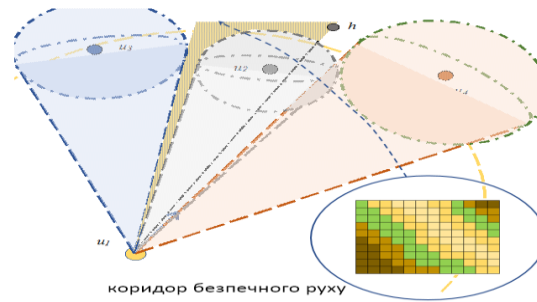


Рис. 6. Побудова безпечного простору вільного руху в конфігураційному просторі

Гібридний метод динамічного планування безпечних траєкторій

Запропоновані алгоритми побудови конфігураційного простору, побудови потенційних полів, суміщення топологій конфігураційного простору та доменів безпеки, та побудови коридорів безпечного руху дозволяють визначити безпечний простір вільного руху \mathcal{F} в конфігураційному просторі \mathcal{C} , який суттєво звужено за рахунок побудови коридорів безпечного руху.

Далі для побудови шляху P_i з певної стартової конфігурації q_s до заданої цільової конфігурації q_t , такого що повністю міститься у вільному для руху просторі \mathcal{F} , може бути ефективно використаний алгоритм швидкого пошуку шляхів RRT. Отже, нами побудовано гібридний метод динамічного планування безпечних траєкторій руху БА, що поєднує процеси пошуку за алгоритмами RRT й потенційних полів з методом побудови м'яких наближених коридорів безпечного руху та відповідних евристик, використання яких дозволило отримати достатньо низьку обчислювальну складність, яка слабко залежить від числа об'єктів, що одночасно рухаються, та забезпечити продуктивність пошуку траєкторій, яка відповідає вимогам до роботи в реальному часі. На рис. 7 представлено схему отримання розв'язку задачі динамічного планування безпечних траєкторій спільного руху групи БА, що використовує м'яку динамічну топологію, якою подано конфігураційний простір.

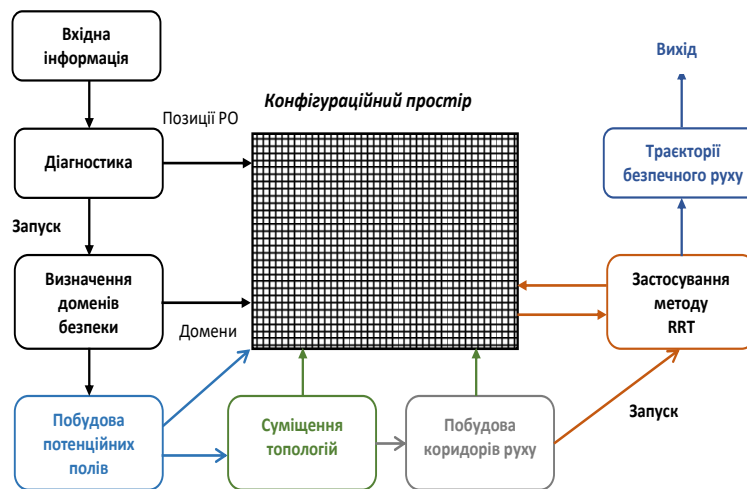


Рис. 7. Вирішення задачі динамічного планування безпечних траєкторій руху

Висновки

1. Побудовано модель конфігураційного простору, що подається у вигляді дворівневої динамічної м'якої, м'якої наближеної або м'якої нечітко-наближеної топології, простір апроксимації якої побудовано в системі вкладених багаторівневих доменів безпеки, що дозволяє використати властивість нелінійності дискретного сферичного простору для побудови евристики пошуку безпечної траєкторії, заснованої на оцінці об'єму комірок, за рахунок використання якої обмежено вплив негативних явищ передискретизації й надто широкого розподілу випадкових точок.

2. Запропоновано метод пошуку безпечних траєкторій руху в конфігураційному просторі, поданому м'якою наближеною або м'якою нечітко-наближеною топологією, який використовує коридори безпечного руху, засновані на суперпозиції багаторівневих доменів безпеки, накладених на м'яку наближену топологію, що подає простір взаємодії, та послідовно звужує конфігураційний простір,

використовуючи метод потенційних полів із застосуванням евристики, заснованої на нелінійних властивостях простору пошуку.

3. Використання запропонованого методу пошуку безпечних траєкторій руху дозволяє отримати наближений підпростір вільного руху конфігураційного простору, суттєво звужений до межі визначених коридорів безпечного руху, та зменшити розмірність простору пошуку випадкових точок за методом RRT, що забезпечує адекватне врахування умов взаємодії та динаміки руху безпілотних апаратів та дозволяє отримати продуктивність кінцевого пошуку безпечних траєкторій за методом RRT, достатню для динамічного планування спільного руху в системах управління безпілотними апаратами в реальному часі.

Список використаної літератури

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. *Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proceedings of the 2015 IEEE 3rd International Conference*, Kyiv, 2015, pp. 275–279.
2. Sargolzaei, A., Abbaspour, A., Crane, C.D.: Control of Cooperative Unmanned Aerial Vehicles: Review of Applications, Challenges, and Algorithms. Optimization, Learning, and Control for Interdependent Complex Networks. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2020, vol. 1123, pp. 229–255.
3. Skowron, M., Chmielowiec, W., Glowacka, K., Krupa, M., Srebro, A.: Sense and avoid for small unmanned aircraft systems: Research on methods and best practices. *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 233(16), pp. 6044–6062.
4. Abbasi, Y., Moosavian, S., Novinzadeh, A.: Formation control of aerial robots using virtual structure and new fuzzy-based self-tuning synchronization. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2017, vol. 39(12), pp. 1–14.
5. Kang, S., Choi, H., Kim, Y.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs using concept of elastic weighting factor. *Int. Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, pp. 75–84.
6. Patle, B.K., Babu L, G., Pandey, A., Parhi, D.R.K., Jagadeesh, A.: A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot. *Defence Technology*, 2019, vol. 15(4), pp. 582–606.
7. Short, A., Pan, Z., Larkin, N., van Duin, S.: Recent progress on sampling based dynamic motion planning algorithms. *Advanced Intelligent Mechatronics: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference, USA, 2016*, pp. 1305–1311.
8. González, D., Pérez, J., Milanés, V., Nashashibi, F.: A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles. *IEEE Trans. on Intelligent Transp. Systems*, 2016, vol. 17(4), pp. 1135–1145.
9. Aenugu, V., Woo, P.-Y.: Mobile Robot Path Planning with Randomly Moving Obstacles and Goal. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2012, vol. 4(2), pp. 1–15.
10. Seif, R., Oskoei, M.A.: Mobile Robot Path Planning by RRT* in Dynamic Environments. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2015, vol. 7(5), pp. 24–30.
11. Eljini, M. A. H., Tayyar, A.: Collision-free Random Paths between Two Points. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2020, vol. 12(3), pp. 27–34.
12. Mujumdar, A., Padhi, R.: Reactive Collision Avoidance Using Nonlinear Geometric and Differential Geometric Guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34(1), pp. 303–310.
13. Molodtsov, D.: Soft Set Theory – first results. *Computers and Mathematics with Applications*, 1999, vol. 37, pp. 19–31.
14. Maji, P. K., Roy, A. R., Iswas, R. B.: An application of soft sets in a decision-making problem. *Computers and Mathematics with Applications*, 2002, vol. 44(8-9), pp. 1077–1083.
15. Zhang, H., Perez Fernandez, R., De Baets, B.: Topologies induced by the representation of a betweenness relation as a family of order relations. *Topology and its applications*, 2019, vol. 258, pp. 100–114.
16. Tripathy, B. K., Arun, K. R.: Soft Sets and Its Applications. *Handbook of Research on Generalized and Hybrid Set Structures and Applications for Soft Computing*, IGI Global, 2016, pp. 65–85.
17. Sherstjuk V., Zharikova M., Levkivskiy R.: Bi-soft open sphere topology model of configuration space for reactive joint motion planning of unmanned vehicles. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2608, pp. 169–183.
18. Li, Z., Xie, N., Gao, N.: Rough approximations based on soft binary relations and knowledge bases. *Soft Computing*, 2017, vol. 21, pp. 839–852.
19. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Sokol, I., Levkivskiy, R.: Vehicles' Joint Motion Model Based on Dynamic Soft Rough Set. *Advances in Intelligent Systems and Computing 2021*, vol. 1247, pp. 231–242.
20. Sherstjuk V., Zharikova M., Levkivskiy R.: Computational model of soft safety domains and rough motion corridors within configuration spaces. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2623, pp. 277–293.

References

1. Sherstjuk V. Scenario-Case Coordinated Control of Heterogeneous Ensembles of Unmanned Aerial Vehicles. *Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments: Proceedings of the 2015 IEEE 3rd*

International Conference, Kyiv, 2015, pp. 275–279. doi: **10.1109/APUAVD.2015.7346620**.

2. Sargolzaei, A., Abbaspour, A., Crane, C.D.: Control of Cooperative Unmanned Aerial Vehicles: Review of Applications, Challenges, and Algorithms. In: Amini M. (eds) Optimization, Learning, and Control for Interdependent Complex Networks. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2020, vol. 1123, pp. 229–255. doi: **10.1007/978-3-030-34094-0_10**.

3. Skowron, M., Chmielowiec, W., Glowacka, K., Krupa, M., Srebro, A.: Sense and avoid for small unmanned aircraft systems: Research on methods and best practices. *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 233(16), pp. 6044–6062. doi: **10.1177/0954410019867802**

4. Abbasi, Y., Moosavian, S., Novinzadeh, A.: Formation control of aerial robots using virtual structure and new fuzzy-based self-tuning synchronization. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2017, vol. 39(12), pp. 1–14. doi: **10.1177/0142331216649021**

5. Kang, S., Choi, H., Kim, Y.: Formation flight and collision avoidance for multiple UAVs using concept of elastic weighting factor. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2013, vol. 14, pp. 75–84. doi: **10.5139/IJASS.2013.14.1.75**

6. Patle, B.K., Babu L, G., Pandey, A., Parhi, D.R.K., Jagadeesh, A.: A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot. *Defence Technology*, 2019, vol. 15(4), pp. 582–606. doi: **10.1016/j.dt.2019.04.011**

7. Short, A., Pan, Z., Larkin, N., van Duin, S.: Recent progress on sampling based dynamic motion planning algorithms. *Advanced Intelligent Mechatronics: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference, USA, 2016*, pp. 1305–1311. doi: **10.1109/AIM.2016.7576950**

8. González, D., Pérez, J., Milanés, V., Nashashibi, F.: A Review of Motion Planning Techniques for Automated Vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, vol. 17(4), pp. 1135–1145. doi: **10.1109/TITS.2015.2498841**

9. Aenugu, V., Woo, P.-Y.: Mobile Robot Path Planning with Randomly Moving Obstacles and Goal. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2012, vol. 4(2), pp. 1–15. doi: **10.5815/ijisa.2012.02.01**

10. Seif, R., Oskoei, M.A.: Mobile Robot Path Planning by RRT* in Dynamic Environments. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2015, vol. 7(5), pp. 24–30. doi: **10.5815/ijisa.2015.05.04**

11. Eljinini, M. A. H., Tayyar, A.: Collision-free Random Paths between Two Points. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 2020, vol. 12(3), pp. 27–34. doi: **10.5815/ijisa.2020.03.04**

12. Mujumdar, A., Padhi, R.: Reactive Collision Avoidance Using Nonlinear Geometric and Differential Geometric Guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34(1), pp. 303–310. doi: **10.2514/1.50923**

13. Molodtsov, D.: Soft Set Theory – first results. *Computers and Mathematics with Applications*, 1999, vol. 37, pp. 19–31. doi: **10.1016/S0898-1221(99)00056-5**

14. Maji, P. K., Roy, A. R., Iswas, R. B.: An application of soft sets in a decision-making problem. *Computers and Mathematics with Applications*, 2002, vol. 44(8-9), pp. 1077–1083. doi: **10.1016/S0898-1221(02)00216-X**

15. Zhang, H., Perez Fernandez, R., De Baets, B.: Topologies induced by the representation of a betweenness relation as a family of order relations. *Topology and its applications*, 2019, vol. 258, pp. 100–114. doi: **10.1016/j.topol.2019.02.045**

16. Tripathy, B. K., Arun, K. R.: Soft Sets and Its Applications. *Handbook of Research on Generalized and Hybrid Set Structures and Applications for Soft Computing*, IGI Global, 2016, pp. 65–85. doi: **10.4018/978-1-4666-9798-0.ch005**

17. Sherstjuk V., Zharikova M., Levkivskiy R.: Bi-soft open sphere topology model of configuration space for reactive joint motion planning of unmanned vehicles. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2608, pp. 169–183.

18. Li, Z., Xie, N., Gao, N.: Rough approximations based on soft binary relations and knowledge bases. *Soft Computing*, 2017, vol. 21, pp. 839–852. doi: **10.1007/s00500-016-2077-2**

19. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Sokol, I., Levkivskiy, R.: Vehicles' Joint Motion Model Based on Dynamic Soft Rough Set. *Advances in Intelligent Systems and Computing* 2021, vol. 1247, pp. 231–242. doi: **10.1007/978-3-030-55506-1_21**

20. Sherstjuk V., Zharikova M., Levkivskiy R.: Computational model of soft safety domains and rough motion corridors within configuration spaces. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, vol. 2623, pp. 277–293.